

DOI: <https://doi.org/10.18359/rcin.6758>



Modelo no lineal de la dinámica poblacional del suicidio*

Héctor Andrés Granada Díaz^a ■ Pablo Emilio Calderón Saavedra^b
■ Miguel Ángel Cetina Hoyos^c

Resumen: En el presente trabajo se propone un modelo no lineal y se estiman series para las poblaciones involucradas en el fenómeno del suicidio con información demográfica del DANE y boletines epidemiológicos de Sivigila para el departamento del Tolima. Se introducen las poblaciones vulnerables, susceptibles, en tratamiento y población, que han terminado un tratamiento o ayuda psicológica contra el suicidio y se estiman proyecciones de estas poblaciones hasta el año 2034. Se establecen relaciones lineales y no lineales entre poblaciones involucradas en el fenómeno del suicidio que permiten definir condiciones iniciales y estimación de parámetros con el método de Levenberg-Marquardt, para obtener series poblacionales hasta el año 2034 bajo la evolución dinámica de un modelo no lineal empleando el Software Matlab R2021a. Como resultado, se establecen supuestos entre variables de estado que permiten acotar y estimar las constantes de proporcionalidad; se propone un diagrama causal de la interacción dinámica de las variables de estado con respectivos supuestos que permiten formular el modelo matemático de la interacción dinámica del suicidio, el cual se normaliza para obtener estimaciones de las proyecciones de las series de población. Finalmente, se concluye que en el departamento del Tolima muestra un comportamiento creciente de casos de suicidio, donde el 99,84 % de la población vulnerable se expone a factores desencadenantes y un porcentaje inferior al 0,11 % recibe tratamiento, con una tasa de efectividad inferior del 0,05 %. Se invita a entes de salud pública a desarrollar estrategias que bajen las tasas de mortalidad por esta causa.

Palabras clave: suicidio; modelo matemático; modelo de simulación; dinámica de la población; problema social

Recibido: 23/05/2023 **Aceptado:** 28/08/2023 **Disponible en línea:** 27/12/2023

Cómo citar: H. A. Granada Díaz, P. E. Calderón Saavedra, y M. Ángel Cetina Hoyos, «Modelo no lineal de la interacción dinámica poblacional del suicidio», Cien.Ing.Neogranadina, vol. 33, n.º 2, pp. 13-22. Diciembre 2023.

* Artículo de investigación.

a Doctor en ingeniería, Universidad Nacional de Colombia; magíster en ciencias y matemática aplicada, Universidad Nacional de Colombia; matemático, Universidad Nacional de Colombia. Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia. Correo electrónico: hgranadad@ut.edu.co ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2778-2191>.

b Doctor en matemáticas, Universidad Veracruzana; magíster en matemáticas aplicadas, Universidad EAFIT; matemático, Universidad Nacional de Colombia. Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia. Correo electrónico: pecalderon@ut.edu.co ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-8686-7023>

c Licenciado en matemáticas, Universidad del Tolima. Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia. Correo electrónico: macetinah@ut.edu.co ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-8893-0373>

Nonlinear Model of Population Dynamics in Suicide

Abstract: This paper proposes a nonlinear model and estimates time series for populations involved in the phenomenon of suicide using demographic information from DANE and epidemiological bulletins from Sivigila for the department of Tolima. Vulnerable populations, susceptible populations, those in treatment, and populations that have completed psychological treatment against suicide are introduced, and projections for these populations are estimated up to the year 2034. Linear and nonlinear relationships are established between populations involved in the suicide phenomenon, allowing the definition of initial conditions and parameter estimation using the Levenberg-Marquardt method to obtain population series until the year 2034 under the dynamic evolution of a nonlinear model using Matlab R2021a software. As a result, assumptions are established between state variables that allow bounding and estimating the proportionality constants. A causal diagram of the dynamic interaction of state variables with respective assumptions is proposed, enabling the formulation of the mathematical model of the dynamic interaction of suicide, which is normalized to obtain estimates of population series projections. Finally, it is concluded that the Tolima department shows an increasing trend in suicide cases, where 99.84% of the vulnerable population is exposed to triggering factors, and less than 0.11% receives treatment, with an effectiveness rate below 0.05%. Public health entities are encouraged to develop strategies to reduce mortality rates due to this cause.

Keywords: Suicide; Mathematical Model; Simulation Model; Population Dynamics; Social Issue

Introducción

A nivel internacional, la Agenda 2030 [1] plantea el desarrollo sostenible y los aportes que desde la ingeniería se pueden dar para satisfacer la meta 3.4 del Objetivo 3, que entre otros aspectos pretende reducir la mortalidad, promover la salud mental y el bienestar de la población. Regionalmente, de acuerdo al Plan de Desarrollo Departamental del Tolima [2], un problema de salud mental identificado es el suicidio, lo que induce a diferentes entidades regionales a realizar estudios para proponer planes y estrategias que prevengan y disminuyan la tasa de mortalidad de este fenómeno [3-5]. Al mismo tiempo, se pone en alerta a los entes de control encargados de la salud para establecer estrategias gubernamentales que ayuden a mitigar las tasas de suicidio. En este propósito, la gobernación del Tolima tiene habilitada la línea naranja “Yo te escucho” [6], la Policía Ambiental de la Metropolitana de Ibagué realiza la campaña de sensibilización “Estrategia por la vida” en contra del suicidio [7], mientras que el Gobierno nacional viene apoyando campañas en el marco del Día Mundial de Prevención del Suicidio [8].

Dado que el suicidio no es solamente un fenómeno local, sino que constituye una problemática de salud mental mundial, son muchas las investigaciones que se han publicado, entre las cuales puede citarse la que relaciona la distribución socio-demográfica con la mortalidad por suicidio de la población en Argentina [9], o los modelos tipo Lotka-Volterra y de elementos estocásticos para el análisis de sensibilidad global y local en la interacción de factores importantes del suicidio, tales como niveles de deseo de muerte, ira, consumo de drogas, entre otros [10-13]. Otras investigaciones tienen en cuenta las afectaciones familiares a través de un análisis estadístico y el uso de modelos y simulación de dinámica de sistemas para la prevención, tratamiento e indagaciones futuras a través de apoyo interpersonal en el suicidio de jóvenes, como en [14-15]. Existen modelos metapoblacionales de tipo Kolmogorov que son analizados por cadenas de Markov en busca de estabilizar la dinámica poblacional mediante análisis estadístico de datos [12,16,17] y exploraciones sobre relaciones

que conlleven a la ideación suicida bajo modelos lineales desde un enfoque estadístico [18-20]. También se reportan modelos de sistemas dinámicos planares con enfoque epidemiológico, en los cuales el suicidio evolutivo puede ocurrir a través de una bifurcación no catastrófica [21].

La investigación planteada en este escrito a partir de bases de datos del departamento del Tolima [22-24] construye un modelo matemático que permite a los tomadores de decisión contar con instrumentos de estimación de parámetros y generación de proyecciones poblacionales, en busca de alcanzar un seguimiento y manejo eficiente de la información referente a la dinámica poblacional del problema en mención. Las entidades gubernamentales apoyadas en estas herramientas pueden diseñar, controlar o evaluar estrategias para la prevención y reducción de la tasa del suicidio en la ejecución de proyectos en los que se evidencie el efecto de los tratamientos y la cobertura.

Método

Esta sección presenta la construcción de un modelo matemático que, después de ser validado, permitirá a la ingeniería social implementar desarrollos tecnológicos con el fin de analizar la interacción dinámica poblacional del problema de alta complejidad social como lo es el suicidio, partiendo de la estimación de parámetros bajo el método de Levenberg Marquardt.

Relaciones directamente proporcionales

Se identifican en principio las poblaciones del departamento del Tolima afectadas por esta problemática, su composición y comportamiento frente a los factores relacionados con el suicidio. Así, desde la base de datos de proyecciones y retroproyecciones de la población del Tolima por área, sexo y edad para los periodos 1950-2017 y 2018-2070 obtenidos en [22], se define la primera población involucrada $N(t)$, que representa la población total. A partir de la información [23] que se tiene de defunciones y causas de defunciones en el Tolima por rango de edades y de los casos de suicidios en el periodo 2014-2022, se logra identificar que las

personas mayores de 10 años son vulnerables a este nefasto suceso y, de esta forma, se define $P(t)$ como la población vulnerable. Los nueve registros para esta población se presentan en la tabla 1, información que se obtuvo al sumar la población proyectada para los grupos de edades de 10 o más años. Adicionalmente, se pueden estimar las tasas anuales de defunción total $\delta(t_i)$ y por suicidio $\delta_s(t_i)$. De esta forma, se definen los parámetros δ , δ_s y $\delta_n = \delta_s - \delta$, que representan las tasas de defunción por suicidio y por no suicidio, respectivamente, y cuyos valores de referencia se calculan como en la ecuación (1).

$$\delta = \sqrt[9]{\prod_{i=1}^9 \delta(t_i)} = 6,3 \times 10^{-3};$$

$$\delta_s = \sqrt[9]{\prod_{i=1}^9 \delta_s(t_i)} = 1 \times 10^{-4}; \quad \delta_n = 6,2 \times 10^{-3} \quad (1)$$

En [24] se muestran los casos reportados por intento de suicidio y los factores que desencadenaron la ideación suicida. Desde el año 2017 al 2019, se encuentra que las situaciones que más influyeron fueron los conflictos con parejas o exparejas y los problemas económicos, mientras que, en el año 2020, seguramente por el inicio de la pandemia del covid-19, no fue posible obtener la información, y en el año 2021 se identifica además una gran participación de los problemas familiares. Aunque quedan casos sin información, los factores desencadenantes reportados en el estudio son: conflictos con pareja o expareja, problemas económicos, presión escolar/educativa, maltrato psicológico, físico o sexual, enfermedad crónica dolorosa o discapacitante, problemas jurídicos, muerte de un familiar o amigo, problemas laborales, problemas familiares, suicidio de un familiar o amigo. Una vez identificados, se define $S(t)$ la población con edad de 10 o más años como la más susceptible a dichos factores desencadenantes. Los boletines epidemiológicos son elaborados semanalmente y su información es acumulada, pero no se tiene para la totalidad de las 52 semanas del año; por tanto, para cada año se escoge el último reporte en el que aparece el contenido de salud mental, asumiendo que si no aparece más información a partir de cierta

semana es porque no hubo más intentos de suicidios en las semanas restantes. De esta forma, se define la población $T(t)$ como la suma de todos los casos reportados en relación con los factores desencadenantes para cada año t , interpretada como la población con 10 o más años que está recibiendo tratamiento debido a que han pensado o intentado quitarse la vida. La información para $T(t)$ se presenta de color rojo en la tabla 1.

Para $t \geq 0$ se denotan los siguientes conjuntos: S_t , el conjunto de personas susceptibles en el tiempo t , T_t , el conjunto de personas que están recibiendo tratamiento, y R_t , el conjunto de personas que han recibido tratamiento efectivo y no piensan atentar contra su vida. De esta forma, $R(t)$, representa la población con edad de 10 o más años que después de haber recibido el acompañamiento efectivo por las entidades encargadas de la salud mental no se ve afectada por los factores desencadenantes.

Se asume que las poblaciones definidas cumplen lo siguiente:

$H_1: S_t \cap T_t \cap R_t = \emptyset$ (las poblaciones son disjuntas).

$H_2: S(t) + T(t) + R(t) = P(t)$ (la población vulnerable se compone de la población susceptible, en tratamiento y recuperada).

El coeficiente de correlación entre $N(t)$ y $P(t)$ (ecuación 2) muestra que se puede asumir la proporcionalidad directa, y a partir de los datos de color rojo en la tabla 1 para $T(t)$ se ajusta esta población por regresión de mínimos cuadrados como $T(t) = 0,0157 P(t) - 16840,7462$, para estimar los datos faltantes de la tabla. Ahora, el coeficiente de correlación entre T y P es de 0,8754 y en consecuencia asumimos que $T(t_k) = m_k P(t_k)$, donde las constantes de proporcionalidad m_k como media geométrica se calculan según (3).

$$r = \frac{\sum(N - \bar{N})(P - \bar{P})}{\sqrt{\sum(N - \bar{N})^2(P - \bar{P})^2}} = 0,9905 \quad (2)$$

$$m_k = \frac{T(t_k)}{P(t_k)}, \quad m = \sqrt[9]{\prod_{i=1}^9 m_k} \approx \quad (3)$$

Luego se encuentra la aproximación de T como función de P dada en (4):

$$T = mP \quad (4)$$

Como no se cuenta con series para R y S , se asume que S es directamente proporcional a P :

$$S = \psi P \tag{5}$$

De la misma manera, se supone R directamente proporcional a T y por la ecuación (4) se obtiene:

$$R = \phi T = \phi m P \tag{6}$$

De H_2 y las ecuaciones (4), (5) y (6) se llega a:

$$P = S + T + R = (\psi + m + \phi m)P \tag{7}$$

De ello se tiene que $\psi + m + \phi m = 1$, y al despejar ψ , se llega a la ecuación (8), que relaciona linealmente las tasas ψ y ϕ .

$$\psi(\phi) = -\phi m + (1 - m) \tag{8}$$

Dado que $\phi \in [0,1]$, se obtiene una cota para $\psi \in [1 - 2m, 1-m]$. Ahora, puesto que no existen registros de personas recuperadas en el Tolima, se supone que el 50% de las personas que están en tratamiento se recuperan, es decir $\phi^* = \frac{1}{2}$. De esta forma, para el valor de m estimado en (3), se calcula $\psi^* = 1 - \frac{3m}{2} = 0,9987$ y al reemplazar el valor de $\phi^* = \frac{1}{2}$ en la ecuación (6) se obtiene la serie para R ; dado que $S = P - T - R$, se tiene la serie para $S(t)$ de la tabla 1. Bajo los supuestos de proporcionalidad directa antes relacionados, se obtienen todas las series temporales en el periodo 2014-2022 para las variables de estado $S(t)$, $T(t)$ y $R(t)$ de la tabla 1.

Tabla 1. Series temporales de las variables de estado

t_k	$P(t_k)$	$S(t_k)$	$T(t_k)$	$R(t_k)$	Suicidios
0	1 110 459	1 109 570	593	296	89
1	1 116 607	1 115 573	689	345	101
2	1 123 091	1 121 904	791	396	101
3	1 129 778	1 128 500	852	426	107
4	1 137 301	1 136 071	820	410	100
5	1 144 389	1 142 196	1462	731	131
6	1 150 907	1 149 065	1228	614	111
7	1 156 127	1 154 040	1391	696	118
8	1 160 955	1 159 146	1206	603	125

Fuente: elaboración propia.

Modelo no lineal

El diagrama causal de la figura 1 describe la relación entre poblaciones y parámetros concernientes a este problema de salud pública.

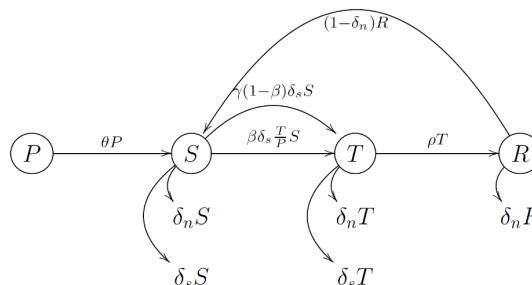


Figura 1. Diagrama causal de la interacción dinámica de las variables S , T y R .

Fuente: elaboración propia.

En la tabla 2 se definen los parámetros involucrados, con su notación y valor de referencia, que permiten identificar las causas o factores externos e internos relacionados al suicidio.

Tabla 2. Parámetros y restricciones del diagrama de interacción

Interpretación	Símbolo	Valor de referencia
Tasa de defunción	$0 < \delta < 1$	$6,3 \times 10^{-3}$ EC. (1)
Tasa de personas susceptibles que tuvieron muerte por suicidio	$0 < \delta_s < \delta$	1×10^{-4} EC. (1)
Tasa de población que pasa de vulnerable a susceptible	$0 \leq \theta \leq 1$	$1,2105 \times 10^{-2}$ EC. (11)
Tasa de personas que terminaron el tratamiento	$0 \leq \rho \leq 1$	0,5 EC. (11)
Parámetro de proporción	$0 \leq \beta \leq 1$	0,5 EC. (11)
Factor de proporción	$\gamma \geq 0$	11,053 EC. (11)
Tasa de personas susceptibles que tuvieron muerte por no suicidio (restricción entre las tasas defunción)	$\delta_n = \delta - \delta_s$	$6,3 \times 10^{-3}$ EC. (1)

Fuente: elaboración propia.

Definidas las variables y los parámetros, se establecen los supuestos que intervienen en el modelo en la tabla 3.

Tabla 3. Términos o factores del diagrama de interacción

Términos o factores del diagrama	Símbolo
Flujo de población que pasa de ser vulnerable a susceptible	θP
Población susceptible que tuvo muerte por no suicidio	$\delta_n S$
Población susceptible que tuvo muerte por suicidio	$\delta_s S$
Población que, tomando el tratamiento, muere por no suicidio	$\delta_n T$
Población que, tomando el tratamiento, muere por suicidio	$\delta_s T$
Población que terminado el tratamiento muere por no suicidio	$\delta_n R$
Población que tomará tratamiento debido a la influencia de personas que toman o han tomado el tratamiento	$\beta \delta_s T/P S$
Población que tomará tratamiento no influenciada por personas que han tomado tratamiento	$\gamma(1 - \beta)\delta_{ss}$
Población que ha terminado el tratamiento y es dada de alta	ρT
Población que recibió tratamiento, fue dada de alta y vuelve a formar parte de la población susceptible	$(1 - \delta_n) R$

Fuente: elaboración propia.

Finalmente, se presenta un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, como modelo matemático del suicidio en el departamento del Tolima-Colombia, a fin de describir la interacción dinámica de las variables relacionadas con este problema de salud mental a lo largo del tiempo.

$$\begin{cases} \dot{S} = \theta P + (1 - \delta_n)R - \gamma(1 - \beta)\delta_s S - \beta \delta_s \frac{T}{P} S - \delta_s S - \delta_n S \\ \dot{T} = \gamma(1 - \beta)\delta_s S + \beta \delta_s \frac{T}{P} S - \rho T - \delta_s T - \delta_n T \\ \dot{R} = \rho T - R \end{cases} \quad (9)$$

Este sistema se asocia con el campo vectorial F dado por:

$$F: \mathbb{R} \times \Omega_1 \times \Omega_2 \rightarrow [0, \infty)^3 \quad (10)$$

$$(t, x, \mu) \mapsto F(t, x, \mu) = \dot{x}$$

Con $\Omega_1 = \{x = (S, T, R) \in [0, \infty)^3: S + T + R = P\}$ y $\Omega_2 = \{\mu = (\delta, \delta_s, \theta, \rho, \beta, \gamma) \in (0,1) \times (0,\delta) \times [0,1]^3 \times [0,\infty)\}$.

Para $P \neq 0$, el campo vectorial (10) y las derivadas parciales de las componentes de las matrices

jacobianas $\frac{\partial F}{\partial(S,T,R)}$ y $\frac{\partial F}{\partial(\delta,\delta_s,\theta,\rho,\beta,\gamma)}$ son de clase C^1 sobre $\mathbb{R} \times \Omega_1 \times \Omega_2$; dado que es un sistema dinámico autónomo, se garantiza la existencia y unicidad de soluciones del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, al emplear el teorema fundamental de unicidad y existencia [25].

Resultados

Los resultados presentados en esta sección invitan a las entidades gubernamentales a hacer seguimiento y control a los proyectos ejecutados que permitan reducir la tasa de suicidio, para lo cual es necesario contar con profesionales encargados de desarrollar instrumentos que generen proyecciones poblacionales para el fenómeno del suicidio, para tomar decisiones sobre cobertura y tratamientos.

Las proyecciones de las variables de estado se encuentran teniendo en cuenta las series poblacionales de la tabla 1, y notando por $x_1^k = S(t_k)$, $x_2^k = T(t_k)$, $x_3^k = R(t_k)$ y $x_k = (x_1^k, x_2^k, x_3^k)$, dados los valores de parámetros δ y δ_s , se estiman los parámetros faltantes $\{\mu = (\theta, \rho, \beta, \gamma) \in [0,1]^3 \times [0,\infty)\} = \Omega_\mu$ que mejor se ajustan al campo vectorial (10) mediante el método de Levenberg-Marquardt presentado en [26] con ayuda del software Matlab. Esto permite encontrar los parámetros definidos en μ que resuelven el problema que sigue:

$$\begin{aligned} & \min_{\mu} \|F(t_k, x_k, \mu_k) - x_k\|_2^2 \\ & = \min_{\mu} \sum_{i=1}^3 \|F_i(t_k, x_k, \mu_k) - x_i^k\|_2^2 \\ & = \min_{\mu} \sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^3 (F_i(t_k, x_k, \mu_k) - x_i^k)^2 \end{aligned}$$

La solución se halla a través de la metodología que se describe a continuación.

Metodología para estimación de parámetros del modelo no lineal

1. Se propone $\gamma \in [0,20]$ y los parámetros θ, ρ y β en el intervalo $[0,1]$. De esta forma, para una configuración de parámetros $\mu_j = (\theta_j, \rho_j, \beta_j, \gamma_j)$, se integra el sistema (9) con el integrador

ode45 del Matlab, el cual es un método adaptativo de orden medio denominado Runge-Kutta-Fehlberg para la condición inicial $x_0 = (1\ 109\ 570,593,296)$. Así, para μ_j se denota la solución numérica por $F(t_k, x_k, \mu_j)$, que es una matriz de orden 8×3 (ver tabla 1), cuyas columnas definen la evolución de cada variable de estado $F_i(t_k, x_k, \mu_j)$. La tolerancia absoluta y relativa para el integrador se fija en 8×10^{-9} .

2. Se fijan los parámetros $\rho_0 = 0,5$ y $\beta_0 = 0,5$, y se varían las condiciones iniciales en un mado de 2500 puntos para $\theta_0 \in [0,1]$ y $\gamma_0 \in [0,20]$.
3. Para la estimación de parámetros, se emplean como condiciones iniciales las especificadas en el paso 2 y se emplea el método de Levenberg-Marquardt bajo la función del Matlab lsqcurvet, fijando el máximo número de evaluaciones de la función y de iteraciones en 10000, así como la tolerancia de la función y del paso en 1×10^{-9} .
4. Para $k = 1, \dots, 2500$ se escoge la condición inicial de $(\theta_0(k), \gamma_0(k))$ especificadas en el paso 2, y se estiman los parámetros aplicando el paso 3. De esta forma, se obtiene un vector de errores relativos de tamaño 2500 y se escoge el k que minimiza su suma.

Bajo las especificaciones anteriores, el método encontró que $k = 773$ constituye un mínimo para los parámetros:

$$\theta = 1,2105 \times 10^{-2}, \rho = 0,5, \beta = 0,5, \gamma = 11,053 \quad (11)$$

Luego de veinticuatro evaluaciones de la función a optimizar, el método fue detenido porque el tamaño relativo del paso actual es menor que el valor de la tolerancia del tamaño del paso y la magnitud relativa de la dirección de búsqueda es menor que la tolerancia de salto. Los errores relativos para S, T y R , respectivamente, se muestran a continuación:

$$E_S = 0,086 \%, E_T = 18,23 \%, E_R = 15,13 \%$$

En la figura 2 se presenta la evolución temporal de las variables de estado desde el año 2014 hasta el año 2034, correspondiente a las proyecciones de las poblaciones vulnerable $P(t)$, en tratamiento $T(t)$, susceptible $S(t)$ y recuperadas $R(t)$. Para obtener la evolución temporal se integra el sistema (9) con el ode45 de Matlab con condición inicial x_0 , según parámetros dados en la tabla 2 y tiempo $[0,20]$. En color negro se representa la evolución del sistema sin normalizar, y en color azul, los porcentajes (eje derecho) que corresponden a la evolución del sistema normalizado, el cual se obtiene al dividir cada variable de estado con respecto a la población vulnerable.

En la figura 2(a), las curvas sólidas representan la evolución temporal de $P(t)$ del sistema normalizado y sin normalizar, y las curvas punteadas representan la población $S(t)$ por lo que los puntos de color rojo representan las predicciones para la

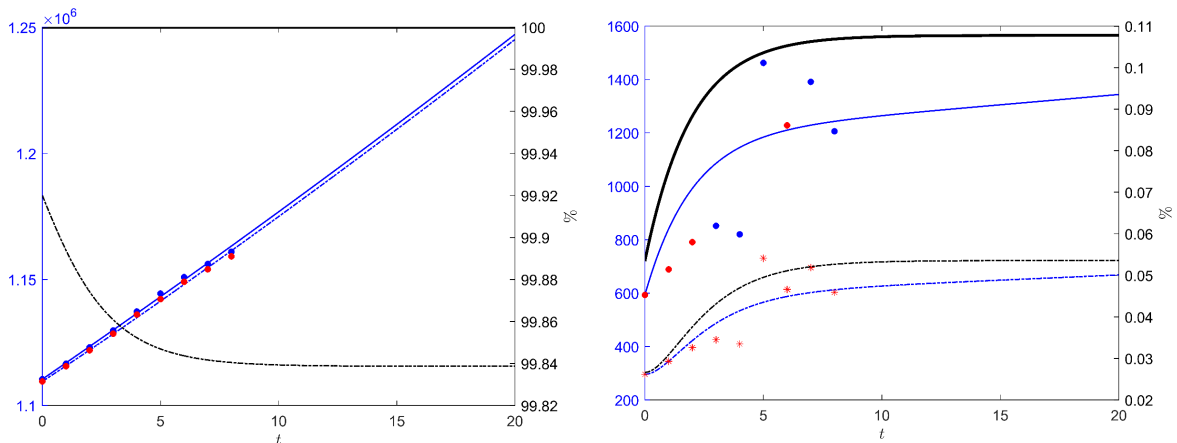


Figura 2. Series y proyecciones de $S(t), T(t)$ y $R(t)$ con parámetros ajustados. **(a)** Población $P(t)$ (curva sólida) y $S(t)$ (curva punteada). **(b)** Población $T(t)$ (curva sólida) y $R(t)$ (curva punteada)

Fuente: elaboración propia.

variable de estado $S(t)$ dada en la tabla 1 y los puntos azules representan la información estadística obtenida por el DANE. En la figura 2(b), los puntos y estrellas de color rojo representan las predicciones dadas en la tabla 1 para las variables de estado $T(t)$ (curva sólida) y $R(t)$ (curva punteada), respectivamente, y los puntos azules representan la información estadística obtenida por el DANE.

En la figura 2(a) se puede observar una relación directamente proporcional entre las poblaciones $S(t)$ y $P(t)$, además de que los porcentajes de la población susceptible son altos con respecto a la población vulnerable y decrecen poco con el paso del tiempo, estabilizándose cerca del año 2024, lo cual se puede explicar con la figura 2(b), que muestra que la proyección de la población en tratamiento es creciente con una variación en porcentaje baja. Lo anterior es preocupante, ya que muestra que más del 99,84% de la población vulnerable se ve expuesta a factores desencadenantes y que solo se está tratando a un porcentaje inferior al 0,11 % de la población vulnerable (con reportes de ideación suicida), por lo que la recuperación de esta población es inferior al 0,05 %.

Lo anterior puede explicar en cierta forma un comportamiento creciente de los suicidios ocurridos en Ibagué, como se muestra en la figura 3, donde los puntos azules representan los datos estadísticos de las defunciones por suicidio tomados de la tabla 1, mientras que la curva de color rojo representa la recta de regresión de mínimos cuadrados que mejor ajusta al conjunto de datos azules, dada por la ecuación $\widehat{\delta_s} = 93,29 + 3,98 t$, y la curva de color negro corresponde a la evolución del suicidio hasta el año 2034. Se observa que la recta de regresión y la curva de la evolución tienen una tendencia de crecimiento de los casos reportados de suicidio, comportamiento que se relaciona con el crecimiento de la población susceptible a factores desencadenantes de la figura 2(a). Es importante resaltar que en la recta de regresión solo se tiene en cuenta la variable independiente tiempo, mientras que la información obtenida a través de la evolución del sistema considera variables relevantes de este fenómeno dadas en la tabla 3.

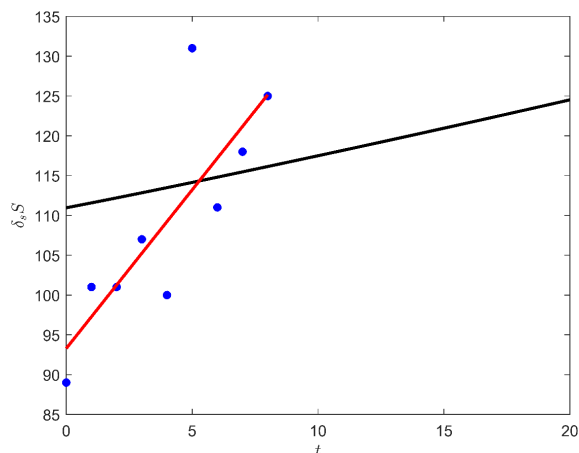


Figura 3. Proyección de los suicidios (2014-2034)

Fuente: elaboración propia.

Conclusiones

En esta investigación se obtienen proyecciones de las poblaciones asociadas al fenómeno del suicidio para el departamento del Tolima, a partir de un modelo conformado por un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias. Las variables que se involucran en este modelo son: población vulnerable, población susceptible, población que está recibiendo acompañamiento por parte de entidades de salud mental y población recuperada. Se encuentra similitud con [8] respecto a que la población vulnerable es mayor de 10 años y en [8,13] respecto a los factores desencadenantes.

Al no contar con datos suficientes, se estiman series bajo el modelo propuesto, por lo que su capacidad de predicción podrá ser analizada a futuro al tener suficientes registros de las poblaciones involucradas en este modelo. Es por esta razón que las proyecciones temporales de las series presentadas en este artículo deben ser consideradas con cuidado; se recomienda comparar la metodología presentada en trabajos futuros en los que se cuente con un registro robusto de información que permita hacer un análisis de la capacidad de predicción del modelo. A partir de ello, se podrán obtener proyecciones de las poblaciones involucradas en este fenómeno, lo que en consecuencia permitirá analizar, planificar, ejecutar y evaluar las

estrategias implementadas por entidades gubernamentales y de salubridad, con el fin de reducir la tasa del suicidio o incrementar la tasa de ayuda psicosocial a la población susceptible.

De acuerdo con la figura 2, se tiene que la evolución temporal de la población vulnerable está en crecimiento, mientras que la población susceptible (que en un principio tenía mayor participación respecto a la población vulnerable) disminuye a medida que pasa el tiempo. En la figura 2(a), se observa a partir del año cinco que la población susceptible se estabiliza. La interpretación de este fenómeno representa preocupación, debido a que solo disminuye en un 0,11 %, bajando su participación al 99,84 %, lo cual significa un alto porcentaje de la población afectada por los factores desencadenantes del suicidio.

Según la figura 2(b), la población que se encuentra en tratamiento está creciendo y a partir del año ocho empieza a estabilizarse, esto quiere decir que, a medida que va creciendo la población, el tratamiento ofrecido por parte de las entidades de salud no está siendo tan efectivo como se desea. Esta situación puede presentarse porque no se da una buena cobertura de apoyo psicosocial a la población afectada; de hecho, es demasiado baja, ya que solo representa el 0,11 % de la población vulnerable. Además, la proyección de la población que termina el tratamiento ofrecido por las entidades encargadas es del 0,05 % de la población vulnerable, lo cual implica una participación muy baja y esto es preocupante. Por tal motivo, se invita a los entes encargados del seguimiento de la salud mental en el Tolima a disponer de recursos para la elaboración de reportes de series poblacionales en tratamiento y recuperados, con el fin de elaborar planes y estrategias de acuerdo a las necesidades presentadas en el departamento, que permitan la planificación para ayudar a mitigar estas cifras desfavorables.

En la figura 3 es posible hacer una predicción de los suicidios en el Tolima en el periodo 2023-2034, representada con la curva de color negro. Esta evolución dinámica tiene una tendencia creciente, como también lo muestra la recta de regresión que ajusta los datos estadísticos (color rojo).

Como resultado importante, se logra percibir una tendencia creciente en los casos de suicidio, por lo que se invita a evaluar las estrategias implementadas para la prevención de la conducta suicida en el departamento.

En el modelo propuesto se tuvieron en cuenta algunos supuestos que permitieron simplificar el fenómeno e idear formas de estimar los datos faltantes, razón por la cual los resultados obtenidos se dejan en discusión, dada la falta de series poblacionales, estadísticas o reportes de salud mental en el departamento del Tolima. Un problema abierto conlleva implementar el modelo en otras comunidades sujetas a otras restricciones y condiciones particulares, además de implementar estudios de análisis local y global de la dinámica del sistema.

Referencias

- [1] Naciones Unidas. Salud - Desarrollo Sostenible, [Internet]. Desarrollo Sostenible, 2015. <https://www.un.org/sustainabledevelopment/es/health/>
- [2] Gobernación del Tolima. Proyecto plan de desarrollo Tolima nos une, 2023. <https://www.tolima.gov.co/gobernacion/nosotros/organigrama/1271-gobernacion/nuestros-planes/planes-de-desarrollo>
- [3] L F Alvis Nungo, A M Soto Morales, H Grisales Romero, “El intento de suicidio en Ibagué: el silencio de una voz de auxilio”. *Rev. Crim.*, vol. 59, no. 2, pp. 81–92, 2017. <https://doi.org/10.47741/17943108.87>
- [4] Minsalud, “Conducta suicida, Subdirección de Enfermedades No Transmisibles”, Boletín de salud mental, 2023. <https://www.minsalud.gov.co/sites/rid/Lists/BibliotecaDigital/RIDE/VS/PP/ENT/boletin-conducta-suicida.pdf>
- [5] OMS, Salud mental: fortalecer nuestra respuesta, 2023. <https://www.who.int/es/news-room/fact-sheets/detail/mental-health-strengthening-our-response>
- [6] Gobernación del Tolima, “Conozca las líneas de atención habilitadas por la Gobernación del Tolima”, 2022. <https://www.tolima.gov.co/noticias/4334-%20conozca-las-lineas-de-atencion-amiga-habilitadas-por-la-gobernacion-del-tolima>.
- [7] Secretaria de salud del Tolima, “Programación gran maratón amor por la vida Amor por la vida”, 2019. <http://www.saludtolima.gov.co/aqui-encontrarasla-programacion-de-la-gran-maraton-de-amor-por-la-vida/>

- [8] OPS, “Día Mundial de Prevención del Suicidio 2022”, 2023. <https://www.paho.org/es/campanas/dia-mundial-prevencion-suicidio-2022>
- [9] C. M. Leveau, M. Alazraqui, “Geografías del suicidio en Argentina: un estudio ecológico espacial durante los períodos 1999-2003 y 2008-2012”. *Rev. salud pública*, vol. 22 no. 1, pp. 14-26, 2020. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/revsaludpublica/article/view/75841>
- [10] M. Gyllenberg, “Necessary and sufficient conditions for evolutionary suicide”. *Bull Math Biol*, vol. 63, no. 5, pp. 981-93, 2001. <http://dx.doi.org/10.1006/bulm.2001.0253>
- [11] K. Parvinen, “Evolutionary suicide”. *Acta Biotheor*, vol. 53, no. 3, pp. 241-64, 2005. <http://dx.doi.org/10.1007/s10441-005-2531-5>
- [12] K. Parvinen, “Adaptive dynamics of altruistic cooperation in a metapopulation: evolutionary emergence of cooperators and defectors or evolutionary suicide?”. *Bull Math Biol*, vol. 73, no. 11, pp. 2605-26, 2011. <http://dx.doi.org/10.1007/s11538-011-9638-4>
- [13] A. Singley, R. Olson, S. Adams, H. Highlander, “A mathematical model of suicide risk among US veterans”, s. f. http://faculty.up.edu/callende/Research_files/suicide_poster.pdf
- [14] H. W. Mak, G. M Fosco, S. T. Lanza, “Dynamic associations of parent-adolescent closeness and friend support with adolescent depressive symptoms across ages 12-19”. *J Res Adolesc.*, vol. 31, no. 2, pp. 299-316, 2021. <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33241902/>
- [15] P. S. Hovmand, E. J. Calzada, L. E. Gulbas, S. Y. Kim, S. Chung, J. Kuhlberg, *et al.*, “System dynamics of cognitive vulnerabilities and family support among Latina children and adolescents”. *Clin Child Fam Psychol Rev.*, vol. 25, pp.131-49, 2022. <http://dx.doi.org/10.1007/s10567-022-00395-3>
- [16] P.S.F. Yip, B.K. So, I. Kawachi, Y. Zhang, “A Markov chain model for studying suicide dynamics: an illustration of the Rose theorem”. *BMC Public Health.*, vol. 14, no. 1, pp. 625, 2014. <http://dx.doi.org/10.1186/1471-2458-14-625>
- [17] M. Scatà, A. Di Stefano, A. La Corte, P. Liò, “Quantifying the propagation of distress and mental disorders in social networks”. *Sci Rep.*, vol. 8, no. 1, pp. 5005, 2018. <https://www.nature.com/articles/s41598-018-23260-2>
- [18] C. J. Bryan, J. E. Butner, A. M. May, K. F. Rugo, J. Harris, D. N. Oakey, *et al.*, “Nonlinear change processes and the emergence of suicidal behavior: a conceptual model based on the fluid vulnerability theory of suicide”, *New Ideas Psychol.*, vol. 57, no. 100758, pp.100758, 2020. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0732118X19300613>
- [19] C. W. Mathias, R. Michael Furr, A. H. Sheftall, N. Hill-Kapturczak, P. Crum, D. M. Dougherty, “What’s the harm in asking about suicidal ideation?”. *Life Threat Behav.*, vol. 42, no. 3, pp.341-51, 2012. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1943-278X.2012.0095.x>
- [20] C. J. Bryan, M. D. Rudd, “Nonlinear change processes during psychotherapy characterize patients who have made multiple suicide attempts”. *Suicide Life Threat Behav.*, vol. 48, no. 4, pp. 386-400, 2018. <http://dx.doi.org/10.1111/sltb.12361>
- [21] B. Boldin, É. Kisdi, “Evolutionary suicide through a non-catastrophic bifurcation: adaptive dynamics of pathogens with frequency-dependent transmission”. *J Math Biol.*, vol. 72, no. 4, pp. 1101-24, 2016. <http://dx.doi.org/10.1007/s00285-015-0945-5>
- [22] DANE, Demografía y población, 2023. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/demografia-y-poblacion/proyecciones-de-poblacion>
- [23] DANE, Defunciones, 2023. <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/salud/nacimientos-y-defunciones/defunciones>
- [24] Sivigila Tolima, Boletín Epidemiológico. [Internet], 2017-2019. <http://www.saludtolima.gov.co/bsivigila/>
- [25] L. Perko, Differential equations and dynamical systems, 3a ed. New York, EE. UU.: Springer, 2008. <https://books.google.at/books?id=VFnsBwAAQBAJ>
- [26] C. Kanzow, N Yamashita, M Fukushima, “Levenberg-Marquardt methods with strong local convergence properties for solving nonlinear equations with convex constraints”. *J Comput Appl Math.*, vol. 172, no. 2, pp. 375-97, 2004. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377042704001256>

Conflictos de intereses: Ninguno.

Financiación: Ninguna.