

# Evolución de la estructura de la economía colombiana a partir de la teoría de redes y detección de comunidades para el periodo 2005-2021

Julio César Alonso Cifuentes\*, María Paula Ocampo Arango\*\*

Recibido: 5 de enero de 2024  
Evaluado: 30 de marzo de 2024  
Aprobado: 10 de mayo de 2024

Artículo de investigación


## Resumen

Este documento estudia la evolución de la estructura de la economía colombiana empleando herramientas de la teoría de redes. Para lograr el objetivo se construyeron las matrices insumo-producto (MIP) actividad-actividad para 61 ramas en los años 2005 a 2021 y se emplean el diámetro y la densidad para caracterizar las redes. Adicionalmente, se usan algoritmos de detección de comunidades para identificar las ramas de actividad económica que tienen una interconexión más fuerte cada año. Finalmente, se emplea, por primera vez en la literatura de análisis de redes, una metodología de análisis de estabilidad de clústeres para detectar cambios de un año a otro en la composición de las comunidades. Se encuentran siete comunidades y la existencia de cambios en la red que se reflejan en la MIP durante el periodo 2005-2021; sin embargo, no son sustanciales como para evidenciar fuertes cambios estructurales, al menos desde un punto de vista de comunidades.


**Palabras clave:** Colombia; estructura productiva; redes; detección de comunidades; estabilidad de clústeres; matriz insumo-producto.

**Clasificación JEL:** D57, L140.

\* Doctor en Economía. Profesor y director del Centro de Investigación en Economía y Finanzas (Cienfi), Facultad de Negocios y Economía, Universidad Icesi, Cali (Colombia). [jcalonso@icesi.edu.co](mailto:jcalonso@icesi.edu.co)

 <https://orcid.org/0000-0003-4890-7122>

\*\* Magíster en Economía. Investigadora del Centro de Investigación en Economía y Finanzas (Cienfi), Universidad Icesi, Cali (Colombia). [maria.ocampo1@u.icesi.edu.co](mailto:maria.ocampo1@u.icesi.edu.co)

 <https://orcid.org/0009-0009-6617-8761>

# Evolution of the Structure of the Colombian Economy from the Perspective of Network Theory and Community Detection for the Period 2005-2021

## Abstract

This paper studies the evolution of the structure of the Colombian economy using network theory tools. To achieve this objective, activity-activity input-output (I-O) matrices for 61 sectors were constructed for the years 2005 to 2021, and diameter and density were used to characterize the networks. Additionally, community detection algorithms were used to identify the economic activity sectors that have a stronger interconnection each year. Finally, for the first time in the network analysis literature, a cluster stability analysis methodology was used to detect changes in community composition from one year to another. Seven communities were identified, and changes in the network were found to be reflected in the I-O matrix during the period 2005-2021; however, these were not substantial enough to evidence strong structural changes, at least from a community perspective.

**Keywords:** Colombia; productive structure; networks; community detection algorithms; cluster stability analysis; input output matrix.



Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-  
CompartirIgual 4.0 Internacional (CC BY-NC-SA 4.0)

## INTRODUCCIÓN

Las matrices insumo-producto (MIP) del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) son empleadas para analizar las interacciones entre las diferentes ramas de actividad económica de una economía. Estas matrices registran cómo la producción de una rama es utilizada como insumo por otra, creando así una red de relaciones económicas. Desde los estudios pioneros como los de [Rasmussen \(1956\)](#), [Laumas \(1975\)](#), [Schultz \(1977\)](#) y [Hewings \(1982\)](#) se ha empleado el álgebra matricial y herramientas como los multiplicadores de Leontief para analizar los datos de estas matrices. Algunos autores como [Baumol \(2000a\)](#) han afirmado que el análisis tradicional basado en las MIP puede ser considerado como una de las contribuciones más importantes a la ciencia económica del siglo XX, ya que ha facilitado una fuerte interdependencia entre teoría, datos y aplicación.

Estas herramientas se han convertido en un estándar de la medición económica ([Lora & Prada, 2023](#)). Las aplicaciones del análisis tradicional de las MIP son variadas; van desde determinar el impacto de cambios en la demanda final en la economía (por ejemplo [Baumol, 2000b](#)), hasta encontrar los efectos de cambios en la producción de una rama en el resto de la economía (ver capítulo 6 de [Miller & Blair, 2009](#)) o el calcular multiplicadores que llevan al análisis de encadenamientos productivos (por ejemplo [Hirschman, 1958](#)) o detección de cambios estructurales ([Guo & Planting, 2000](#)). En la actualidad, estas herramientas siguen siendo relevantes, a pesar de la aparición de enfoques que implican el modelado de la economía como los modelos de equilibrio general ([Jorgenson, 2016](#)). Por otro lado, existe una metodología relativamente nueva para examinar la estructura productiva representada en la MIP: la teoría de redes.

La teoría de redes surge de diversas áreas del conocimiento que buscan resolver problemas con estructuras de datos que presentan interrelaciones entre individuos ([Alonso & Carabali, 2019](#)). Desde los años treinta, los sociólogos han valorado la importancia de los patrones de conexión entre las personas para comprender cómo funciona una sociedad ([Wasserman & Faust, 1994](#)). Los investigadores han utilizado las redes para analizar diversos fenómenos, como la propagación de enfermedades, la formación de grupos y comunidades, y la difusión de información ([Graham & De Paula, 2020](#)). La teoría de redes analiza las características y propiedades de las redes, y su visualización a través de grafos.

En la [Figura 1](#) podemos ver un ejemplo de un grafo que muestra la MIP (las compras de productos que se emplean en el consumo intermedio para producir)

de las 61 ramas de actividad económica en 2015 en Colombia. Los círculos (nodos) representan a cada una de las ramas de actividad y las líneas que conectan a los puntos (aristas) representan las transacciones entre las ramas.

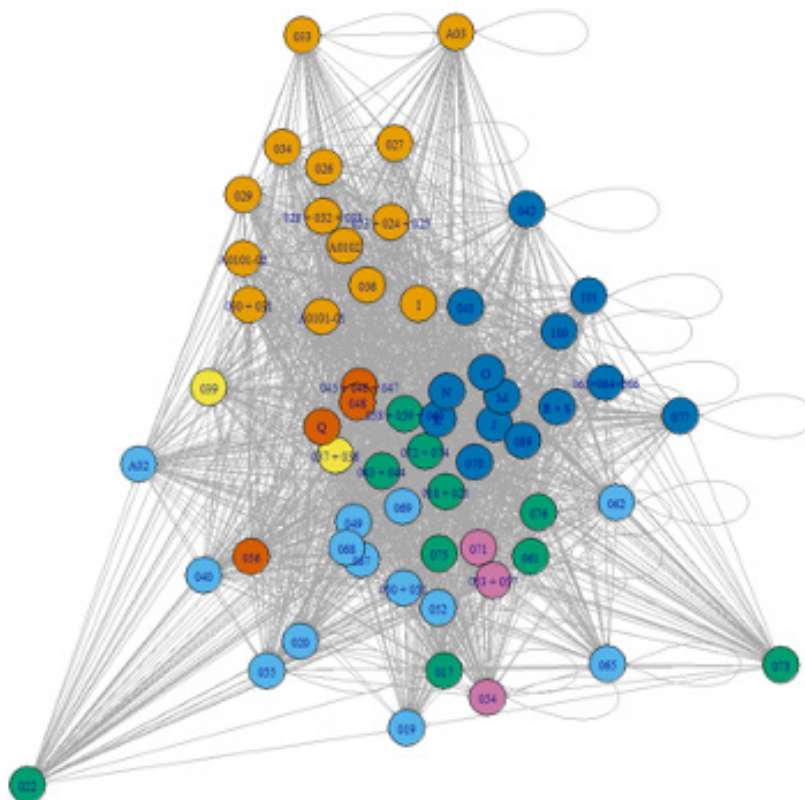
Las herramientas de la teoría de redes permiten detectar conjuntos (comunidades) de nodos que están más estrechamente relacionados entre sí que con el resto de los nodos en la red. Las comunidades se pueden armar empleando criterios como la densidad de conexiones internas y una menor cantidad de conexiones con los nodos fuera de la comunidad (Araújo & Faustino, 2017). En últimas, la detección de comunidades corresponde a un ejercicio de encontrar clústeres (en el sentido estadístico) de ramas de actividad económica que están más densamente conectadas entre sí que con el resto de la red. Las ramas de actividad económica en una comunidad presentan relaciones más fuertes o más frecuentes, compartiendo características comunes (Araújo & Faustino, 2017). En la Figura 1 las comunidades se representan por el color de los nodos. Se encontraron siete comunidades (más adelante se explicará cómo se llega a este número).

Es interesante detectar comunidades en una red creada a partir de una MIP porque proporciona información valiosa sobre la estructura y las interrelaciones de la economía (Xu & Liang, 2019). Al identificar comunidades podemos entender a partir de los datos, y no de las preconcepciones de los analistas, cómo se agrupan y relacionan las diferentes ramas de actividad económica en términos de sus interdependencias y flujos de insumos. Esto permite identificar patrones de especialización, interconexiones económicas sectoriales, y la existencia de ramas de actividad económica altamente dependientes (clústeres industriales).

El objetivo de este documento es estudiar la evolución de las interrelaciones del aparato productivo colombiano que se reflejan en las comunidades de ramas de actividad económica implícitas en la MIP entre los años 2005 y 2021. Para lograr este objetivo se emplean herramientas de la teoría de redes para analizar las MIP a nivel actividad-actividad de Colombia. Además, se prueban diferentes opciones para crear comunidades de ramas de actividad económica. Posteriormente, se presenta un análisis de estabilidad de las comunidades que es común en la literatura de clústering (en el sentido estadístico) para evidenciar si las comunidades cambian o no de un año a otro. Adicionalmente, para este estudio fue necesario construir las MIP de Colombia para 17 años (de 2005 a 2021) a partir de los cuadros oferta y utilización (COU) publicados por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

Figura 1.

*Ejemplo de un grafo para las 61 ramas de actividad presentes  
en la matriz insumo-producto para el año 2015*



Nota: cada nodo (círculo) representa una rama de actividad económica de acuerdo con la clasificación CIIU Revisión 4 Armonizada para Colombia (Rev. 4 A.C.). En la [Tabla 2](#) se puede ver el código de cada rama y su respectivo nombre. El color de cada nodo representa la comunidad a la que pertenece (esto se discutirá más adelante en detalle).

Fuente: elaboración de los autores.

Este estudio amplía la literatura en tres sentidos. Primero, analiza la evolución de la estructura productiva colombiana implícita en MIP empleando métricas de la teoría de redes. Segundo, explora un conjunto de técnicas de detección de comunidades para encontrar las comunidades formadas en cada año. Tercero, aplica el análisis de estabilidad para clústeres tradicionales a las comunidades resultantes del ejercicio. Hasta donde llega el conocimiento de los autores, este análisis de estabilidad

no se ha intentado anteriormente en el contexto del análisis de redes. Finalmente, se construyen las MIP para el periodo 2005-2021<sup>1</sup>.

Este documento está dividido en cuatro apartados. En el primer apartado se hace una breve revisión de literatura sobre el uso de la teoría de redes en el ámbito económico; en el segundo apartado se expone la metodología empleada; en el tercero se discute cómo se construyen los datos utilizados y, en el cuarto, se muestran los resultados obtenidos. El documento concluye con unos comentarios finales.

## REVISIÓN DE LA LITERATURA

La teoría de redes se ha convertido en una herramienta cada vez más valiosa en el análisis de problemas económicos. En el ámbito del comercio internacional, se han empleado los grafos y las herramientas de la teoría de redes para representar las relaciones comerciales entre países, con el fin de identificar los principales actores de la red, los flujos comerciales más importantes y las relaciones entre los distintos sectores económicos (ver, por ejemplo, [Beaton et al., 2017](#); [Zhou et al., 2016](#); [Hidalgo & Hausmann, 2010](#); [Fagiolo et al., 2008](#)). En Colombia, [Borda-Blanco \(2017\)](#) compara diferentes metodologías, que incluyen la teoría de redes, para analizar la complejidad del comercio exterior a nivel departamental y mundial entre los años 2012 y 2015.

En la literatura que estudia el mercado laboral también se han empleado estas herramientas para analizar cómo los trabajadores encuentran trabajo a través de sus contactos personales, en lugar de hacerlo mediante los canales tradicionales de anuncios de empleo ([Myers & Shultz, 1951](#); [Granovetter, 1978](#)). Recientemente, [O'Clery et al. \(2019\)](#) presentan una aplicación al caso colombiano para comprender cómo se relacionan los empleadores y los empleados, y cómo la estructura de la red laboral puede afectar la movilidad, integración y dinámica del mercado para 62 municipios.

Otros ejemplos del uso de las herramientas de redes en problemas económicos y de los negocios se presentan en el análisis de redes de innovación ([König et al., 2008](#); [Montresor & Marzetti, 2009](#)), el flujo de miembros de juntas directivas entre empresas ([Clemente & Cornaro, 2019](#)), las relaciones entre productos y su especialización en el comercio exterior ([Hidalgo et al., 2007](#); [Jankowska et al., 2012](#)), las redes de propiedad de negocios ([Ding & Lu, 2015](#)), los préstamos interbancarios

---

<sup>1</sup> Las MIP para el periodo 2005-2021 están disponibles en: <https://www.icesi.edu.co/centros-academicos/analisis/matrices-insumo-producto-2005-2020-metodologia-dane-calculos-cienfi>.

(Iori et al., 2008), la inversiones en acciones (Battiston et al., 2005) y el riesgo sistemático (Lorenz et al., 2009).

En términos de herramientas econométricas, también se han realizado grandes adelantos; por ejemplo, Graham y De Paula (2020) presentan una amplia variedad de modelos econométricos con sus fortalezas y debilidades en el análisis de este tipo de datos.

Una corriente adicional de las aplicaciones de redes en economía es el estudio de las MIP. Las MIP se componen de ramas de actividad y vínculos intersectoriales que son similares a los nodos y bordes del sistema de redes, esto llevó rápidamente a los investigadores a emplear herramientas de la teoría de redes.

Uno de los trabajos pioneros en emplear estas herramientas para el análisis de MIP fue el de Slater (1977). El autor creó agrupaciones de ramas de actividad para Estados Unidos empleando análisis de clústeres a partir de métricas de los nodos. Slater (1978) incorporó más elementos del análisis de redes sociales para investigar la estructura económica. Desde entonces aparecen diferentes estudios que incorporan las herramientas de redes al análisis de la estructura económica implícita en la MIP (Sonis & Hewings, 1998; Acemoglu et al., 2012). Paralelo al análisis cuantitativo de las redes implícitas en la MIP, se ha desarrollado otra área conocida como el análisis cualitativo input-output (QIOA). El QIOA emplea las herramientas desarrolladas en la teoría de grafos dirigidos de tal manera que solo se tiene en cuenta la dirección de las interconexiones y no la magnitud del flujo entre sectores (por ejemplo, Drejer, 2000; Ghosh & Roy, 1998; Aroche-Reyes, 2003; Schnabl, 1994).

Regresando al análisis cuantitativo de la redes, se encuentran trabajos como los de McNerney et al. (2013) que estudian la estructura de las relaciones entre industrias para 45 economías nacionales. Los autores emplean datos de MIP para 2002 y 2006 producidas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) y métricas tradicionales. Sun et al. (2018) analizan los sectores y conexiones más importantes de la economía china para comprender el efecto sobre la economía global. Este estudio se centró en las redes provinciales y en la red interprovincial, siguiendo una línea de investigación que estudia las estructuras de las economías regionales con herramientas de redes (por ejemplo Giuliani, 2013; García et al., 2008; García, 2013).

Por su parte, Xing et al. (2018) estudian el grado de globalización de los sectores industriales en la cadena de valor global construyendo MIP entre los países a partir

de datos del World Input-Output Database (WIOD) para el año 2016. Los autores consideraron el flujo de productos intermedios en la cadena de valor global como un proceso de Markov para encontrar la cantidad adicional de trabajo que se realiza en un sistema de producción específico cuando la demanda final a nivel global aumenta.

**Araújo y Faustino (2017)** emplean la teoría de redes para estudiar el efecto de la crisis financiera de 1998 y posterior programa de ajuste económico en la estructura productiva de Portugal. Los autores centran su atención en analizar el periodo 2000 a 2014 y emplear métricas de la teoría de redes para estudiar las relaciones interindustriales. La evolución de estas métricas les permitió evidenciar el cambio estructural para el periodo 2011-2014 y demostrar la utilidad de las herramientas de la teoría de redes para el análisis de las relaciones interindustriales. Este trabajo no presenta una comparación formal de las métricas para establecer el cambio estructural.

**Xu y Liang (2019)** emplean análisis de redes y construcción de comunidades para estudiar una MIP construida para 41 economías empleando datos del WIOD para el año 2019. Los autores encuentran que la industria de minas y canteras del resto del mundo es el sector más central de la economía mundial. Así mismo, identifican a los servicios gubernamentales de Estados Unidos como el motor de la economía mundial, mientras que la industria de servicios estadounidense es el proveedor más importante. Los autores no presentan un análisis formal de los cambios en las comunidades para establecer cambio estructural.

**DePaolis et al. (2022)** emplean datos de MIP a nivel de condado, área metropolitana y estado para Estados Unidos, y medidas de centralidad basadas en caminos aleatorios para identificar los principales sectores.

Por otro lado, **Domínguez et al. (2021)** investigan la convergencia de la productividad de 106 sectores productivos en Japón durante el periodo 2003-2012. Los autores emplean un análisis de comunidades para encontrar dos grupos que están altamente intercomunicados. Una vez establecidas las comunidades encuentran que la membrecía de los sectores a las comunidades no varía mucho. Los autores no realizan un análisis formal de estabilidad de las comunidades. Con las comunidades establecidas, se realiza un análisis tradicional de series de tiempo de convergencia de productividad de los sectores relacionados como el sugerido por **Barro y Sala-i-Martin (1992)**.



En la literatura que emplea las herramientas de redes para analizar las MIP se encuentra otra vertiente de estudios que no se interesan por la estructura de la economías *per se*, sino por la propagación de diferentes fenómenos por la red. Por ejemplo, [Blöchl et al. \(2011\)](#) emplean medidas de centralidad basadas en caminos aleatorios para detectar, en 37 países de la OCDE, cuáles de las ramas de actividad de las que nacen los choques se propagan para generar los ciclos económicos. [Contreras y Fagiolo \(2014\)](#) investigan cómo se propagaron los choques para varios países europeos antes de la Gran Depresión de 1929.

[Dotta \(2021\)](#) estudia el impacto de los impactos tecnológicos y de demanda para diez países suramericanos (Argentina, Brasil, Bolivia, Chile, Colombia, Ecuador, Perú, Paraguay, Uruguay y Venezuela).

Hasta donde llega nuestro conocimiento, para la economía colombiana no se han publicado estudios que caractericen la estructura productiva del país con herramientas de la teoría de redes; no solo en términos de métricas que describan y caractericen las ramas de actividad económica, sino también en cuanto a las comunidades que se forman entre ellas y cómo esas composiciones cambian a lo largo de un periodo de tiempo prolongado. Respecto a la estabilidad de las comunidades, solo se identificó el trabajo reciente de [Domínguez et al. \(2021\)](#) que emplea las comunidades para detectar cambios estructurales, pero los autores no presentan una aproximación formal para probar la estabilidad de la membrecía a las comunidades de las ramas de actividad.

## METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE LAS REDES

La teoría de redes provee métricas para analizar la estructura del sistema de producción de un país reflejado en las MIP. Por ejemplo, se pueden emplear métricas globales para caracterizar aspectos como la conectividad, la robustez y la eficiencia de la estructura económica implícita en la MIP ([Alonso & Carabali, 2019](#); [Tsekeris, 2017](#)). Dos de las métricas globales más utilizadas son la densidad y el diámetro (para una mayor discusión ver [Niño, 2020](#)). La densidad mide la cantidad de conexiones existentes en un grafo, mientras que el diámetro representa la longitud del camino más largo entre dos nodos.

Una red con una alta densidad indica una mayor interconexión entre los nodos. Por otro lado, un diámetro alto indica que los caminos más largos entre pares de nodos en la red son relativamente extensos. Esto significa que hay una distancia

geodésica considerable entre los nodos más alejados. Es decir, una ausencia de conexiones directas o rutas más cortas entre ciertos nodos, lo que resulta en la necesidad de recorrer caminos más largos para alcanzar otros nodos en la red.

Además de las métricas están los algoritmos de la teoría de redes que se utilizan para encontrar comunidades de nodos en la red (grupos de ramas de actividad) y los criterios para evaluar dicha selección.

Antes de entrar en el detalle, definamos un grafo como:

$$G = (V, E),$$

Donde:  $V$  es un conjunto de  $n$  nodos y  $E$  es un conjunto de  $m$  aristas. Este grafo se construye a partir de la matriz de adyacencia  $A$ , donde cada entrada  $a_{ij}$  es el peso de la arista que va desde el nodo  $i$  hasta el nodo  $j$ . En nuestro caso, las entradas de la matriz de adyacencia serán las celdas de la MIP.

En el contexto de las redes, las comunidades corresponden a conjuntos de nodos que están intercomunicados entre sí, más que con los miembros de otras comunidades. Al final, encontrar comunidades implica realizar un ejercicio de agrupamiento (clústering). La construcción de clústeres implica elegir un algoritmo de agrupamiento y una métrica para determinar el número de clústeres.

La métrica que convencionalmente se emplea para seleccionar el número de comunidades en la literatura de teoría de redes es la modularidad<sup>2</sup>, propuesta por Newman & Girvan (2002). La modularidad calcula las densidades dentro y fuera de cada clúster y las compara con la densidad general que tendrían si la red fuera construida de manera aleatoria. En otras palabras, evalúa la estructura de una red en términos de cómo se agrupan los nodos en módulos o comunidades, midiendo la calidad de la división. Cuanto mayor sea la modularidad de una red, mayor será su estructura modular, lo que significa que los nodos tienden a formar comunidades densamente conectadas.

De manera formal, la modularidad se define como:

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left( a_{ij} - \frac{\text{deg}(i)\text{deg}(j)}{2m} \right) \lambda(c_i, c_j)$$

<sup>2</sup> En una versión anterior de este documento se empleó como criterio de selección del número de comunidades la silueta promedio, pero no funcionó bien. Solo se detectaban dos grupos, uno con una rama de actividad y el otro con las demás; una explicación para esto puede ser la existencia de transacciones (aristas) atípicas (Batoool & Hennig, 2021). Por razones de espacio, no se hará referencia al uso de la silueta.

donde:

$$\lambda(c_i, c_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } c_i = c_j \\ 0 & \text{si } c_i \neq c_j \end{cases}$$

$\text{deg}(i)$  es el grado del nodo  $i$  y  $c_i$  es el clúster  $i$ .

Los valores de modularidad cercanos a cero indican que el número de enlaces dentro del clúster es menor al valor que se esperaría en una red aleatoria. El valor máximo de esta métrica tiende a 1. Valores muy cercanos a uno indican que el clúster está altamente conectado. En la práctica está ampliamente documentado que la modularidad típicamente se encuentra entre 0,3 a 0,7 (Niño, 2020).

La modularidad es tanto un criterio de evaluación de la calidad de las comunidades resultantes de un proceso de detección de comunidades, como una métrica que se optimiza en los diferentes algoritmos de detección de comunidades.

El segundo elemento que se requiere para construir comunidades es un algoritmo para agrupar. En el contexto de las redes existen algoritmos específicos para generar clústeres diferentes a los empleados en la literatura tradicional del clústering<sup>3</sup>. Estos algoritmos utilizan la modularidad, bien sea como función objetivo (clústering de modularidad óptima y *Spin glass*) o como forma de decidir el número de clústeres una vez generado un dendrograma (clústering con intermediación de aristas y Walktrap) (Niño, 2020).

El algoritmo de clústering con intermediación de aristas (*Edge betweenness clustering*) encuentra comunidades identificando las aristas que tienen el mayor valor de intermediación; es decir, las aristas que se encuentran en muchos caminos más cortos entre pares de nodos. Encontrar comunidades de esta manera se basa en la idea de que, si en una red existen dos comunidades claramente distinguidas, es probable que la arista con la mayor intermediación sea aquella que las une. En otras palabras, los caminos geodésicos entre los nodos que hacen parte de una de las comunidades y los nodos que hacen parte de otra deberán pasar obligatoriamente

---

<sup>3</sup> En una versión anterior de este documento se consideraron algoritmos tradicionales de clústering jerárquicos (Simple, Completa, Media, Mediana, Centroide, McQuitty y Ward), no jerárquicos (k-medias, k-medias, FANNY, PAM, CLARA y DBSCAN) y el método de inteligencia artificial SOM (*Self Organizing Map*). Así como distancias euclidiana y Manhattan. En ninguno de esos casos se obtienen mejores resultados que empleando los algoritmos de construcción de comunidades. Así, por razones de espacio se restringe la discusión a los algoritmos de construcción de comunidades.

por una arista, lo cual hace que esta tenga una alta centralidad de intermediación (para un detalle del algoritmo ver [Newman & Girvan, 2004](#)).

Luego de generada la estructura jerárquica, es posible elegir el número de comunidades de tal manera que se maximice una métrica de calidad de la partición como la modularidad.

[Brandes et al. \(2008\)](#) propusieron el algoritmo de clústering de modularidad óptima (*Optimal clustering*) que convierte la modularidad en la función objetivo de un problema de programación lineal de enteros. En especial, para la expresión  $\lambda(c_p, c_j)$  se prueban todas las particiones posibles y se elige la que maximiza la modularidad.

El algoritmo Walktrap ([Pons & Latapy, 2005](#)) se basa en la idea de que un proceso de camino aleatorio puede identificar comunidades, pues la probabilidad de pasar de un nodo a otro que está en la misma comunidad es más alta que la probabilidad de pasar a un nodo que no está en la comunidad, teniendo en cuenta que el grado intraclúster es más alto que el grado interclústeres.

Para lograr este objetivo, se define una medida de la distancia entre dos comunidades basada en la probabilidad de que el camino aleatorio pase de un nodo  $i$  en la comunidad  $c_1$  a un nodo  $v$  en la comunidad  $c_2$  en  $t$  pasos

$$r_{c_1, c_2} = \sqrt{\sum_{v=1}^n \frac{(P_{c_1, v}^t - P_{c_2, v}^t)^2}{deg(v)}}$$

donde:  $P_{c, v}^t$  es la probabilidad de ir de una comunidad  $c$  al nodo  $v$  en  $t$  pasos y está definida como

$$P_{c, v}^t = \frac{1}{|c|} \sum_{i \in c} P_{i, v}^t$$

Con esto expresado, se define un algoritmo aglomerativo para encontrar una estructura jerárquica (dendrograma) y se elige el número de comunidades que maximice la modularidad.

De acuerdo con [Reichardt y Bornholdt \(2006\)](#), el problema de encontrar comunidades puede ser interpretado como la configuración de *spin* que minimiza la

energía de un sistema *Spin Glass* (algoritmo *Spin Glass*). Es importante mencionar que el *spin* es una forma de momento angular en física de partículas (un vector de movimiento de partículas fundamentales) y un *Spin Glass* es una colección de partículas con *spin* caracterizada por la aleatoriedad. Además, los enlaces en un *Spin Glass* son una mezcla de enlaces ferromagnéticos, donde los enlaces atómicos adyacentes tienen la misma orientación, y enlaces antiferromagnéticos, donde los enlaces atómicos adyacentes tienen orientaciones opuestas.

En el caso de las redes, las partículas serían los nodos y su conjunto sería el *spin glass*. Cuando dos nodos están conectados se considera un enlace ferromagnético, y cuando no están conectados se considera un enlace antiferromagnético. De esta manera, los estados de *spin* son los índices de las comunidades, por lo que si se encuentran los estados que minimizan la energía del sistema, se estaría hallando un estado en el que las comunidades son estables.

Como el objetivo final es crear grupos coherentes (bastantes aristas intraclúster) y separados (pocas aristas interclúster), se plantea una función que premia que existan aristas entre nodos del mismo grupo (mismo estado de *spin*), penaliza la falta de aristas en nodos del mismo grupo, penaliza la existencia de aristas entre nodos de distintos grupos (diferente estado de *spin*) y premia que haya aristas inexistentes entre grupos distintos. Matemáticamente

$$\mathcal{H}(\mathcal{P}) = - \sum_{i \neq j} \omega_{ij}^1 a_{ij} \lambda(c_i, c_j) + \sum_{i \neq j} \omega_{ij}^2 (1 - a_{ij}) \lambda(c_i, c_j) + \sum_{i \neq j} \omega_{ij}^3 a_{ij} (1 - \lambda(c_i, c_j)) - \sum_{i \neq j} \omega_{ij}^4 (1 - a_{ij}) (1 - \lambda(c_i, c_j))$$

donde:  $c_i \in \{1, 2, \dots, k\}$  denota el estado de spin (comunidad) del nodo  $i$  y  $\omega_{ij}^1, \omega_{ij}^2, \omega_{ij}^3, \omega_{ij}^4$  son los pesos que se les quiera dar a cada criterio. Así, el primer término mide los enlaces internos, el segundo los enlaces no existentes internos, el tercero los enlaces externos y el cuarto los enlaces externos no existentes. Reichardt y Bornholdt (2006) muestran que, si se minimiza el anterior hamiltoniano, se está maximizando la modularidad. En este sentido, este método determina automáticamente el número de clústeres, de manera similar al algoritmo de clúster de modularidad óptima.

Los algoritmos de intermediación de aristas (*Edge betweenness clustering*), clústering de modularidad óptima (*Optimal clustering*), Walktrap y *spin glass*

permiten identificar el número óptimo de comunidades, así como la membresía a cada comunidad de cada nodo. Así, estos algoritmos nos permitirán encontrar las comunidades para cada red (año) y la membresía a una comunidad de cada una de las ramas de actividad.

Finalmente, en nuestro análisis de las MIP es importante determinar si las comunidades han cambiado o no de un año a otro, es decir, analizar su estabilidad. Para determinar los cambios en las comunidades emplearemos medidas de estabilidad de los clústeres provenientes de la literatura “tradicional” de clústering.

En la literatura de ciencia de datos se han diseñado métricas que tienen como objetivo evaluar si los grupos de individuos asignados a cada clúster han experimentado cambios significativos a lo largo de los periodos bajo estudio. Estas medidas de estabilidad describen el grado de superposición en la intersección de grupos entre dos conjuntos de datos diferentes. Las medidas incluyen la homogeneidad (H), completitud (C), medida V (VM), índice de Rand (RI) e índice de Rand ajustado (ARI). En general, si la superposición entre los grupos es alta, la estabilidad también será alta.

La métrica de homogeneidad (H) entre dos poblaciones o muestras clusterizadas es una medida de similitud basada en la entropía. La escala de homogeneidad va de 0 a 1, donde 1 indica completa homogeneidad y cero heterogeneidad total<sup>4</sup>. Otra métrica popular basada en la entropía es la completitud (C). Esta métrica será igual a 1 si todos los miembros de una clase dada en el agrupamiento están asignados al mismo grupo en el siguiente periodo (Rosenberg & Hirschberg, 2007).

Por su parte, la medida V (VM) combina la homogeneidad y la completitud calculando una media armónica ponderada entre esas dos métricas. En este caso también se tiene que un valor de 1 corresponde a una coincidencia perfecta entre los agrupamientos de los dos periodos.

El índice de Rand (RI) presenta un enfoque diferente para comparar agrupamientos. Emplea comparaciones pareadas para determinar si ambos agrupamientos etiquetan cada punto de datos en el mismo grupo. Un valor de 1 representa un acuerdo exacto entre los agrupamientos de dos periodos, mientras que 0 representa desacuerdo en todos los pares de elementos (Santos & Embrechts, 2009).

Por lo general, las medidas de estabilidad de los clústeres o las medidas de evaluación para un agrupamiento predictivo se basan en un agrupamiento de referencia

---

<sup>4</sup> Para una descripción detallada de este indicador ver Rosenberg & Hirschberg (2007).

considerado como la “verdad absoluta”. En nuestro caso, utilizaremos estas medidas empleando la pertenencia a una comunidad el año anterior ( $t-1$ ) como la referencia absoluta para evaluar si la estructura en del año  $t$  es similar o no.

Para resumir, nuestra aproximación empírica implica los siguientes pasos:

1. Calcular para cada año ( $t$ ) las métricas globales para caracterizar las ramas de actividad económica y la red en su conjunto, donde  $t = 2015, 2016, \dots, 2021$ .
2. Para cada año ( $t$ ), encontrar el número óptimo de comunidades para cada uno de los siguientes algoritmos: intermediación de aristas, clústering de modularidad óptima, Walktrap y Spin Glass.
3. Para cada año ( $t$ ) seleccionar la mejor aproximación para construir las comunidades; i. e., el número de comunidades y respectivo método que maximiza la modularidad.
4. Conformar las comunidades para cada año ( $t$ ) y registrar la membresía de cada rama de actividad económica a las respectivas comunidades.
5. Comparar la composición de las comunidades del año  $t$  con respecto al año  $t-1$  empleando las métricas de homogeneidad (H), completitud (C), medida V (VM), índice de Rand (RI) e índice de Rand ajustado (ARI).

Los anteriores pasos se realizan en el lenguaje estadístico R (R Core Team, 2022) empleando los paquetes tidyverse (Wickham et al., 2019), igraph (Csardi & Nepusz, 2006), cluster (Maechler et al., 2022), NbClust (Charrad et al., 2014), parameters (Lüdtke et al., 2020), dendextend, (Galili, 2015), FNN (Beygelzimer et al., 2023) y keyplayer (An & Liu, 2023).

## DATOS

La MIP es una de las matrices del conjunto del SCN. La MIP muestra las interacciones que existen entre los insumos necesarios para la producción de bienes finales o intermedios, de tal forma que se pueda estudiar el flujo de bienes y servicios dentro de la economía, independientemente del destino (producción de otros bienes y servicios, consumo final de hogares o inversión).

La MIP requiere que los consumos intermedios se clasifiquen de manera idéntica, ya sea en términos de productos o de actividades. Su cálculo proviene de los COU, que para Colombia tienen en las filas los productos<sup>5</sup> y en las columnas las ramas de actividad económica<sup>6</sup>. En la actualidad, el DANE no publica con frecuencia anual la MIP. Esta no hace parte de los cuadros de salida convencionales de las Cuentas Nacionales.

Por esto, es necesario realizar transformaciones en los COU y hacer un tratamiento a las producciones secundarias a través de la aplicación de diferentes modelos teóricos que dependen del tipo de MIP que se quiere analizar (nacional, importaciones y total de la economía) y así encontrar la respectiva producción y generación de ingreso (DANE, 2013).

Para nuestro análisis emplearemos las MIP en su versión actividad-actividad y nacional siguiendo a Sun et al. (2018), Xing et al. (2018), Araújo y Faustino (2017) y McNerney et al. (2013). La MIP actividad-actividad nacional la calculamos para un nivel de desagregación de 61 ramas de actividad.

Las revisiones más recientes de las clasificaciones internacionales de las actividades iniciaron un nuevo ciclo de publicación de las MIP con base en el año 2015 por parte del DANE, quien publicó las MIP para los años 2015 y 2017. No obstante, dada la disponibilidad de solo 2 años de MIP actividad-actividad, el presente trabajo implicó el cálculo de la MIP para los años 2005 a 2021 siguiendo la metodología propuesta por el DANE (2013).

La construcción de la MIP actividad-actividad se fundamenta en un modelo matemático que permite transformar la matriz de consumo intermedio ( $U_d$ ) del COU sustituyendo las filas que representan productos por actividades. En particular, el modelo que propone el DANE supone que cada producto tiene su propia estructura de ventas<sup>7</sup>, independientemente de la industria que lo produce (supuesto de estructura de ventas de producto fijo). Lo anterior implica que las proporciones que aporta cada actividad económica en la producción de un producto se mantienen

<sup>5</sup> El DANE clasifica los productos de acuerdo con la clase CPC Vers. 2 A.C. El máximo nivel de desagregación es de 392 productos.

<sup>6</sup> El DANE clasifica las ramas de actividad de acuerdo con la clase CIIU Rev. 4 A.C. El máximo nivel de desagregación implica 61 ramas de actividad.

<sup>7</sup> El término “estructura de ventas” se refiere a la proporción de cada producto que se utiliza para consumo intermedio y para uso final.



constantes sin importar qué industria lo produzca. Este supuesto permite derivar la MIP directamente de la COU sin hacer definiciones adicionales sobre la producción primaria o secundaria de cada industria (DANE, 2013).

Matricialmente, la matriz de transformación (T) será la matriz de participación de mercado de cada producto

$$T = V(\hat{x})^{-1}$$

donde: V es la matriz de producción industria-producto que viene del cuadro de oferta y  $\hat{x} = \text{diag}(x)$  es una matriz en la que la diagonal es la producción por producto que viene del cuadro de utilización.

Finalmente, la MIP actividad-actividad se obtiene multiplicando la matriz de transformación por la matriz de consumo intermedio.

$$B_d = TU_d$$

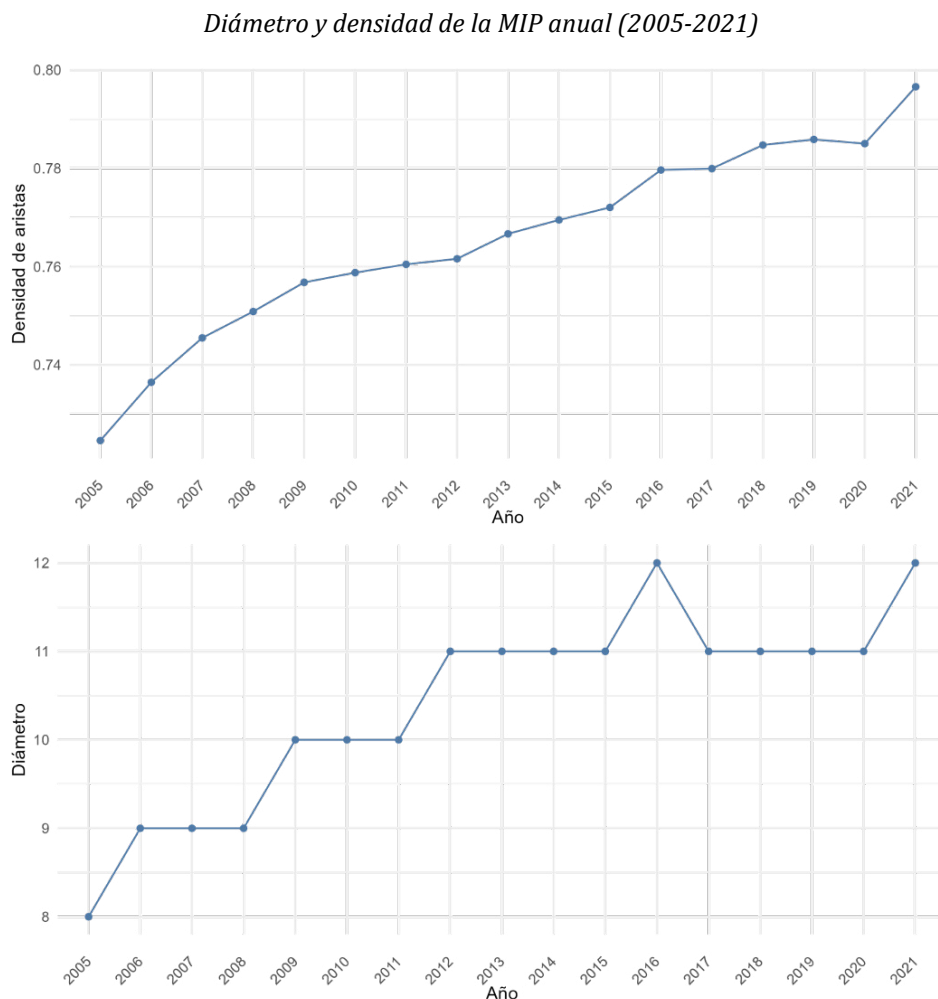
Este proceso fue implementado en R para cada uno de los años en el periodo de estudio (2005 a 2021). En el Anexo 1 se muestran las 61 ramas de actividad económica según el CIIU Rev. 4 A.C que se emplearán en el análisis de este documento.

## RESULTADOS

En la **Figura 2** se reporta la evolución del diámetro y la densidad de la red implícita en las MIP colombianas de 2005 a 2021. El diámetro creció en el periodo de estudio, lo que implica una mayor cohesión o relación entre las ramas de actividades. El diámetro también aumenta en el periodo de estudio, y muestra una mayor distancia entre las ramas de actividad más alejadas.

Estas dos métricas muestran una red cada vez más interconectada; al mismo tiempo, con distancias más largas entre actividades. Esto podría ser una señal de que la economía colombiana es cada vez más sofisticada, pues cuenta con cadenas de valor cada vez más largas y que incorporan los productos y servicios de más sectores económicos.

Figura 2.



Fuente: cálculos de los autores.

Para determinar la estructura inherente a la MIP de la economía colombiana y sus cambios, es necesario identificar las comunidades de actividades para cada año. Empleando los algoritmos intermediación de aristas, modularidad óptima, Walktrap y *Spin Glass*, encontramos el número de clústeres sugeridos por cada algoritmo y su respectiva modularidad. En la [Tabla 1](#) se reportan los resultados para 2015 y 2021 y en el [Anexo 1](#) y [2](#) se reportan los resultados para los otros años.

Tabla 1.

*Modularidad y número de clústeres para cada uno de los algoritmos  
de detección de comunidades para los años 2005 y 2021*

Algoritmo	2005		2021	
	Modularidad	Número de clústeres	Modularidad	Número de clústeres
Modularidad óptima	0,708	7	0,700	7
Walktrap	0,344	6	0,359	4
Intermediación de aristas	0,196	49	0,223	48
Spin Glass	0,001	8	0,000	9

Fuente: elaboración de los autores.

Tanto para 2005 como para 2021, el algoritmo de modularidad óptima es el que presenta la modularidad más alta. Este algoritmo sugiere la existencia de 7 comunidades para ambos años. Es más, para los otros 15 años, este mismo algoritmo es el que genera la mayor estructura modular en la red (Anexo 1 y 2). Para la mayoría de los años este algoritmo sugiere 7 comunidades, a excepción de 2013, 2018 y 2019, para los que sugiere 6 comunidades. Para cada uno de los años la modularidad que se alcanza es relativamente alta, rondando valores de 0,7; es decir, se logra una partición de la red en comunidades relativamente buena. Los trabajos de Araújo y Faustino (2017), y Xu y Liang (2019) no reportan si se emplea la modularidad para la selección del número de comunidades. Domínguez et al. (2021) emplean dos algoritmos basados en la modularidad, pero no reportan la modularidad para sus ejercicios.

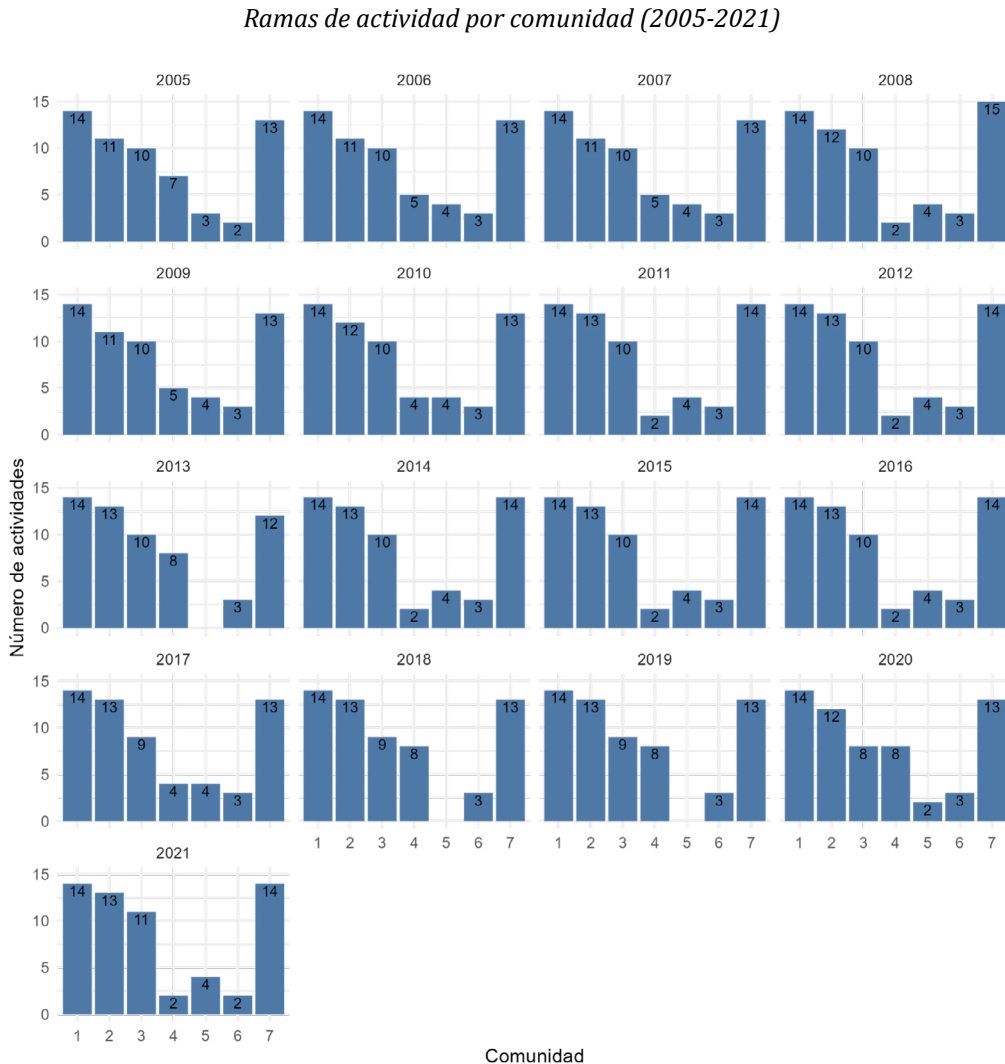
Los resultados muestran que en la economía colombiana existieron entre 6 y 7 comunidades a lo largo de los años estudiados. En la Figura 3 se muestran cuántas ramas de actividad se asignaron a cada una de las comunidades encontradas por año. Se observa que la distribución es relativamente estable en términos del número de ramas por comunidad de un año a otro; sin embargo, las comunidades 4, 5 y 6 son las que experimentan el mayor cambio en el número de membresías. Por ejemplo, en los años 2018 y 2019 la comunidad 5 no tenía ninguna actividad.

En la Tabla 2 se muestra la lista de las actividades con sus respectivas comunidades para los años 2005, 2010, 2015 y 2021<sup>8</sup>. Los resultados de cada año pueden

<sup>8</sup> Es posible solicitar a los autores una lista detallada de las membresías en todos los años. Por razones de espacio no se incluye dicha lista en este documento.

visualizarse en grafos como la **Figura 1**, que representa las comunidades de 2015, en donde los colores indican la membresía de las actividades.

*Figura 3.*



Fuente: cálculos de los autores.

Tabla 2.

*Membrecía a las comunidades de las ramas de actividad económica  
para los años 2005, 2010, 2015 y 2021*

<b>Código</b>	<b>2005</b>	<b>2010</b>	<b>2015</b>	<b>2021</b>	<b>Nombre de la rama de actividad económica</b>
A0101-01	1	1	1	1	Agricultura y actividades de servicios conexas
A0101-02	1	1	1	1	Cultivo permanente de café
A0102	1	1	1	1	Ganadería, caza y actividades de servicios conexas
A03	1	1	1	1	Pesca y acuicultura
023 + 024 + 025	1	1	1	1	Procesamiento y conservación de carne y productos cárnicos de bovinos, bufalinos, porcinos y otras carnes n.c.p.; procesamiento y conservación de carne y productos cárnicos de aves de corral y procesamiento y conservación de pescados, crustáceos y moluscos
026	1	1	1	1	Elaboración de aceites y grasas de origen vegetal y animal
027	1	1	1	1	Elaboración de productos lácteos
028 + 032 + 035	1	1	1	1	Elaboración de productos de molinería, almidones y productos derivados del almidón; elaboración de productos de panadería; elaboración de macarrones, fideos, alcuizcuz y productos farináceos similares, y elaboración de alimentos preparados para animales
029	1	1	1	1	Elaboración de productos de café
030 + 031	1	1	1	1	Elaboración de azúcar y elaboración de panela
033	1	1	1	1	Elaboración de cacao, chocolate y productos de confitería
034	1	1	1	1	Procesamiento y conservación de frutas, legumbres, hortalizas y tubérculos; elaboración de otros productos alimenticios (platos preparados y conservados mediante enlatado o congelado, elaboración de sopas y caldos en estado sólidos, polvo o instantáneas entre otros)
036	1	1	1	1	Elaboración de bebidas (incluido el hielo) y elaboración de productos de tabaco
I	1	1	1	1	Alojamiento y servicios de comida

Fuente: elaboración de los autores.

Tabla 2A.

*Asignación de las ramas de actividad económica a las comunidades encontradas con  
el algoritmo de mayor modularidad para los años 2005, 2010, 2015 y 2021*

<b>Código</b>	<b>2005</b>	<b>2010</b>	<b>2015</b>	<b>2021</b>	<b>Nombre de la rama de actividad económica</b>
A02	2	2	2	2	Silvicultura y extracción de madera
019	2	2	2	2	Extracción de minerales metalíferos
020	2	2	2	2	Extracción de otras minas y canteras

Continúa

<b>Código</b>	<b>2005</b>	<b>2010</b>	<b>2015</b>	<b>2021</b>	<b>Nombre de la rama de actividad económica</b>
040	2	2	2	2	Transformación de la madera y fabricación de productos de madera y de corcho, excepto muebles; fabricación de artículos de cestería y espartería
049	2	2	2	2	Fabricación de otros productos minerales no metálicos
050 + 051	2	2	2	2	Fabricación de productos metalúrgicos básicos; fabricación de productos elaborados de metal, excepto maquinaria y equipo
052	2	2	2	2	Fabricación de aparatos y equipo eléctrico; fabricación de productos informáticos, electrónicos y ópticos
055	2	2	2	2	Fabricación de muebles, colchones y somieres
067	2	2	2	2	Construcción de edificaciones residenciales y no residenciales
068	2	2	2	2	Construcción de carreteras y vías de ferrocarril, de proyectos de servicio público y de otras obras de ingeniería civil
069	2	2	2	2	Actividades especializadas para la construcción de edificaciones y obras de ingeniería civil (alquiler de maquinaria y equipo de construcción con operadores)
017	3	3	3	3	Extracción de carbón de piedra y lignito
018 + 021	3	3	3	3	Extracción de petróleo crudo y gas natural y actividades de apoyo para la extracción de petróleo y de gas natural
022	3	3	3	3	Actividades de apoyo para otras actividades de explotación de minas y canteras
043 + 044	3	3	3	3	Coquización, fabricación de productos de la refinación del petróleo y actividades de mezcla de combustibles
058 + 059 + 060	3	3	3	3	Generación de energía eléctrica; transmisión de energía eléctrica y distribución y comercialización de energía eléctrica
061	3	3	3	3	Producción de gas; distribución de combustibles gaseosos por tuberías; suministro de vapor y aire acondicionado
062	3	3	2	3	Captación, tratamiento y distribución de agua
072 + 074	3	3	3	3	Transporte terrestre y transporte por tuberías
075	3	3	3	3	Transporte aéreo
076	3	3	3		Almacenamiento y actividades complementarias al transporte
037 + 038	4	4	4		Preparación, hilatura, tejeduría y acabado de productos textiles; fabricación de otros productos textiles; confección de prendas de vestir

Continúa

Evolución de la estructura de la economía colombiana a partir de la teoría de redes  
y detección de comunidades para el periodo 2005-2021

Código	2005	2010	2015	2021	Nombre de la rama de actividad económica
039	4	4	4		Curtido y recurtido de cueros; fabricación de calzado; fabricación de artículos de viaje, maletas, bolsos de mano y artículos similares, y fabricación de artículos de talabartería y guarnicionería; adobo y teñido de pieles
041	4	4	7		Fabricación de papel, cartón y productos de papel y de cartón
042	4	4	7		Actividades de impresión; producción de copias a partir de grabaciones originales (copia a partir de un original en CD, DVD, Bluray)
045 + 046 + 047			5		Fabricación de sustancias químicas básicas, abonos y compuestos inorgánicos nitrogenados, plásticos y caucho sintético en formas primarias; fabricación de otros productos químicos; fabricación de fibras sintéticas y artificiales; fabricación de productos farmacéuticos, sustancias químicas medicinales y productos botánicos de uso farmacéutico
048	4	5	5	5	Fabricación de productos de caucho y de plástico
065	4	2	2	2	Recuperación de materiales (reciclaje)
053 + 057	5	6	6	2	Fabricación de maquinaria y equipo n.c.p.; instalación, mantenimiento y reparación especializado de maquinaria y equipo
054	5	6	6	6	Fabricación de vehículos automotores, remolques y semirremolques; fabricación de otros tipos de equipo de transporte
071	5	6	6	6	Mantenimiento y reparación de vehículos automotores y motocicletas
056	6	5	5	5	Otras industrias manufactureras
Q	6	5	5	5	Actividades de atención de la salud humana y de servicios sociales
063 + 064 + 066	7	7	7	7	Evacuación y tratamiento de aguas residuales; recolección, tratamiento y disposición de desechos y actividades de saneamiento ambiental y otros servicios de gestión de desechos
070	7	7	7	7	Comercio al por mayor y en comisión o por contrata; comercio al por menor (incluso el comercio al por menor de combustibles); comercio de vehículos automotores y motocicletas, sus partes, piezas y accesorios
073	7	7	3	3	Transporte acuático
077	7	7	7	7	Actividades de correo y de servicios de mensajería
J	7	7	7	7	Información y comunicaciones
K	7	7	7	7	Actividades financieras y de seguros

Continúa

Código	2005	2010	2015	2021	Nombre de la rama de actividad económica
089	7	7	7	7	Actividades inmobiliarias
M	7	7	7	7	Actividades profesionales, científicas y técnicas
N	7	7	7	7	Actividades de servicios administrativos y de apoyo
O	7	7	7	7	Administración pública y defensa; planes de seguridad social de afiliación obligatoria
100	7	7	7	7	Educación de mercado
101	7	7	7	7	Educación de no mercado
R + S	7	7	7	7	Actividades artísticas, de entretenimiento y recreación y otras actividades de servicios

Fuente: cálculos de los autores.

La comunidad 1 corresponde principalmente a actividades agrícolas; la comunidad 2 corresponde a actividades extractivas de madera, minerales metálicos, junto a actividades de fabricación de productos metalúrgicos básicos, muebles de madera y edificaciones; la comunidad 3 corresponde a la extracción, refinación y distribución de fuentes de energía y el transporte aéreo y terrestre. Estas tres comunidades se mantienen entre los años.

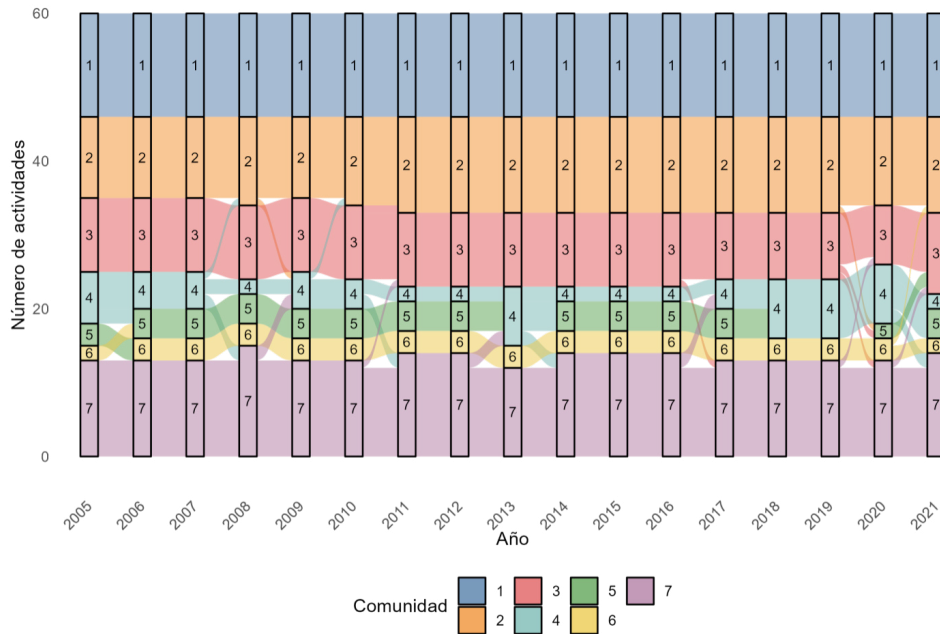
Por otra parte, en 2005 la comunidad 4 correspondía a actividades manufactureras del sector textil, curtido de cueros, fabricación de papel, plásticos y sustancias químicas; la comunidad 5 contiene actividades de fabricación de vehículos y maquinaria; la comunidad 6 corresponde a otras industrias manufactureras y actividades de salud; la comunidad 7 está constituida por actividades de servicios. La mayoría de estas actividades se ubican en la comunidad 5 en el 2021, por lo que siguen estando juntas.

En la [Figura 4](#) se pueden visualizar los cambios de membresías de las ramas de actividad año tras año. Las comunidades 1, 2 y 3 son muy estables, mientras que las comunidades 4, 5, 6 y 7 tienen cambios. Los mayores cambios se presentan en 2020, lo cual coincide con la emergencia sanitaria por covid-19; sin embargo, en 2021 las comunidades se configuran de manera similar a 2019. Además de esto, entre 2013 y 2014 se presentan movimientos entre las comunidades 4 y 7, específicamente las actividades de fabricación de papel y actividades de impresión, cambio que se revirtió el año siguiente.



Figura 4.

*Cambios de actividades entre comunidades de un año a otro (2005-2021)*

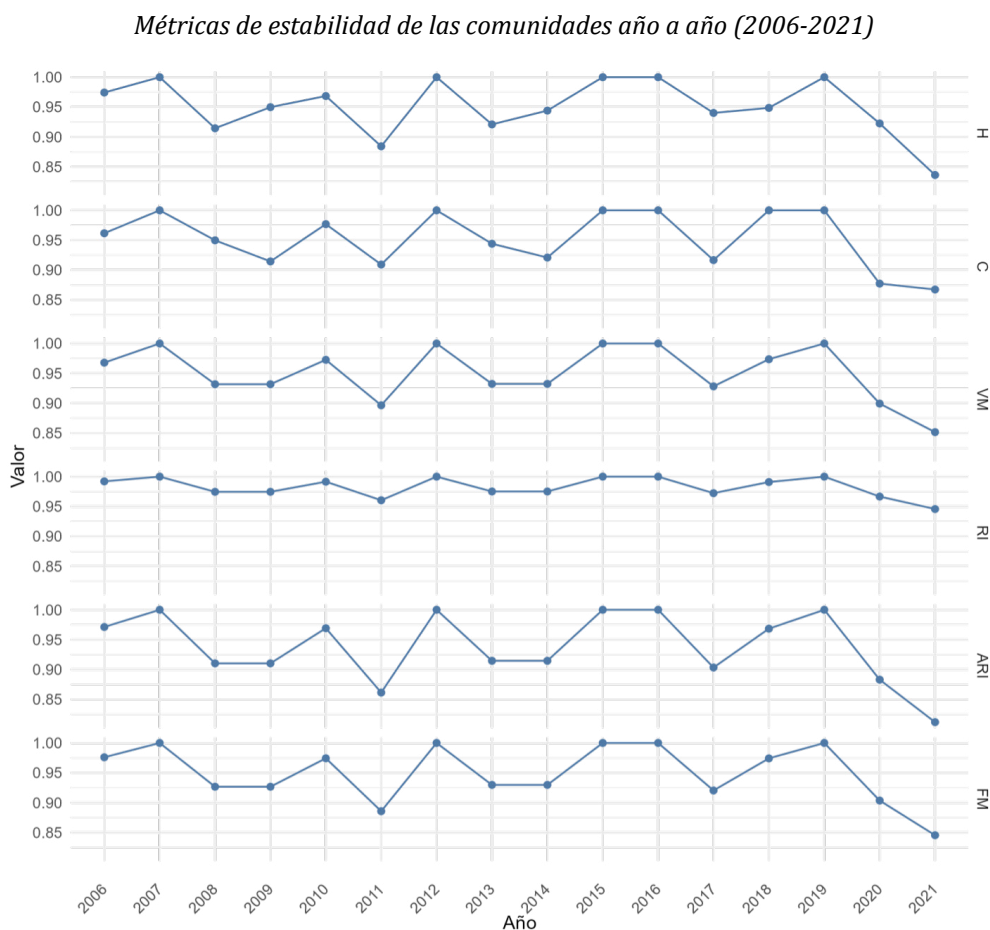


Nota: el tamaño de flujo de una caja a otra representa el número de ramas que cambiaron de una comunidad a otra en un año. Por ejemplo, la línea azul clara que pasa de la caja cuatro de la columna de 2013 a la caja siete de la columna 2014, representa un desplazamiento de ramas de la comunidad 4 a la 7 entre 2013 y 2014.

Fuente: cálculos de los autores.

Según las métricas de estabilidad de un año a otro de la comunidades (H, C, VM, RI y ARI) no se presentan grandes cambios en la estructura de la red (Figura 5); todas las medidas se mantienen por encima de 0,90, lo que indica una alta estabilidad en el corto plazo. Se evidencia un cambio sustancial entre los años 2020 y 2021, probablemente debido al choque de la emergencia sanitaria del covid-19. No obstante la caída en los indicadores, estos siguen tomando valores relativamente altos entre 2021 y 2020, lo cual no permite afirmar que existan fuertes cambios en la estructura de las membresías a las comunidades.

Figura 5.



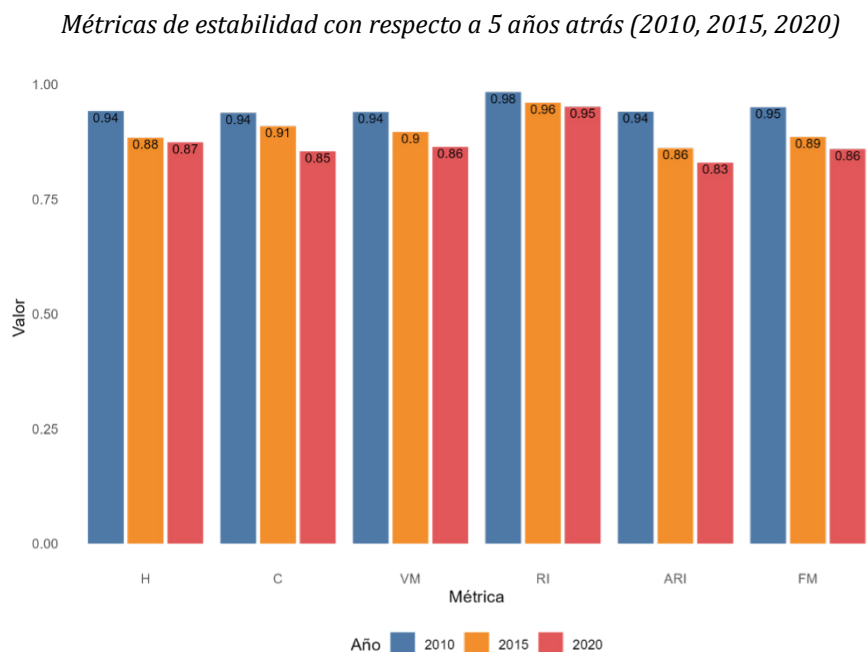
Nota: se compara un año con respecto al año inmediatamente anterior; por ejemplo, las membresías a las comunidades de 2006 se comparan con respecto a 2005, y la métrica de estabilidad resultante se registra para 2006.

Fuente: cálculos de los autores.

Las métricas que se presentan en la Figura 5 están midiendo el cambio en las comunidades de un año a otro. Es decir, estas medidas son de cambio en el corto plazo. Para capturar cambios que ocurren en periodos más largos, procedemos a comparar los años 2010, 2015 y 2020 con el año que corresponda a 5 años atrás (Figura 6). Al comparar estas redes en el mediano plazo (5 años) se encuentra un cambio

levemente más grande al comparar 2010 y 2020 con respecto a 2015. Las métricas calculadas bajan de 0,9, indicando un cambio relativamente bajo en las memberships de las actividades durante estos periodos. El valor de estos indicadores no es suficientemente bajo para afirmar que exista un cambio estructural en la economía colombiana en esos periodos de 5 años.

Figura 6.



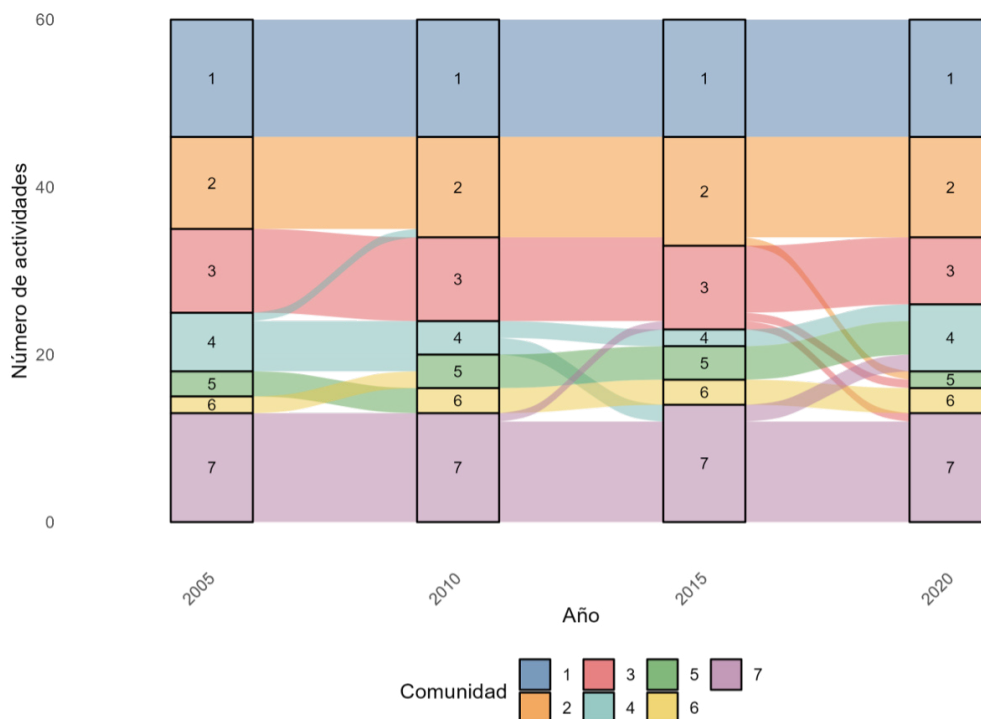
Nota: se compara un año con respecto a cinco años atrás; por ejemplo, las memberships a las comunidades de 2010 se comparan con respecto al 2005 y la métrica de estabilidad resultante se registra para el 2010.

Fuente: cálculos de los autores.

Así como en el ejercicio anterior, en la [Figura 7](#) se puede visualizar el flujo de sectores para estos periodos de 5 años. Los resultados evidencian que sí hay cambios en las comunidades de la red que refleja las interconexiones implícitas en las MIP de la economía colombiana durante el periodo 2005-2020; pero estos cambios no son sustanciales, de manera que no se puede afirmar que existan fuertes cambios estructurales; al menos desde un punto de vista de comunidades.

Figura 7.

*Flujo de ramas de actividad económica entre comunidades  
cada 5 años (2005, 2010, 2015, 2020)*



Nota: el tamaño de un flujo de una caja a otra representa el número de ramas que cambiaron de una comunidad a otra. Por ejemplo, la línea azul clara que pasa de la caja 4 de la columna de 2005 a la caja 2 de la columna de 2010 representa un desplazamiento de ramas de la comunidad 4 a la 2 entre 2005 y 2010.

Fuente: cálculos de los autores.

## COMENTARIOS FINALES

Las MIP del SCN implican una red de interconexiones entre las ramas de actividad económica que pueden ser analizadas con herramientas de la teoría de redes. Empleando estas herramientas y una base de datos de MIP para los años de 2005 a

2022, construida por los autores de este estudio, se encuentran resultados interesantes para Colombia.

El análisis de la evolución de la densidad y el diámetro de la red muestra que la economía colombiana está cada vez más interconectada y presenta cadenas de valor más largas, lo cual sugiere una mayor sofisticación del aparato productivo que incorpora más sectores económicos.

Se encontraron entre 6 y 7 comunidades de ramas de actividad económica para el periodo de estudio. Estas son actividades agrícolas; actividades extractivas y construcción, extracción, refinación y distribución de fuentes de energía; actividades manufactureras; actividades de fabricación de vehículos y maquinaria; otras industrias manufactureras; actividades de salud, y actividades de servicios como información y comunicaciones.

En el análisis de corto plazo se evidenciaron cambios leves en la estructura de la economía colombiana especialmente en el año 2008, 2013, 2017 y 2020. Estos cambios parecen coincidir con choques exógenos en la economía, la posible causalidad entre estos debería ser estudiada en una futura investigación. Los cambios en la estructura de la economía colombiana son un poco más evidentes en un análisis de mediano plazo (periodos de 5 años), donde se ven cambios del año 2010 al 2015 y del 2015 al 2020.

Los resultados evidencian que sí hay cambios en la red de interconexiones que se reflejan en la MIP de la economía colombiana durante el periodo 2005-2021, pero no son sustanciales, de manera que no se puede afirmar que existan fuertes cambios estructurales, al menos desde un punto de vista de comunidades.

Además del análisis de la economía colombiana, este trabajo aporta a la literatura en varios frentes. En primer lugar, se construyeron las MIP para el periodo 2005-2021 a partir de los cuadros oferta-utilización publicados por el DANE<sup>9</sup>.

En segundo lugar, este documento presenta una aproximación metodológica que puede aplicarse para analizar las cuentas nacionales de otros países, ningún aspecto de la metodología empleada aquí es específico para el caso colombiano. Además, los resultados de los análisis de redes podrían no solo emplearse para caracterizar las relaciones entre las ramas de actividad de la estructura productiva de

---

<sup>9</sup> Esta implementación y sus resultados están disponibles en: <https://www.icesi.edu.co/centros-academicos/analisis/matrices-insumo-producto-2005-2020-metodologia-dane-calculos-cienfi>.

un país, sino también para predecir sus tendencias y cambios futuros. Por ejemplo, para los inversionistas en un país, la identificación de la tendencia de una rama de actividad en términos de su puntaje de autoridad puede representar una oportunidad de crecimiento, ya sea porque está comprando o vendiendo más. Asimismo, para las políticas económicas, el reconocimiento de cuáles son las actividades más críticas para mantener la estabilidad de la red económica permite tomar medidas para proteger y fomentar su desarrollo.

Finalmente, hasta donde llega el conocimiento de los autores, los análisis de estabilidad no se han intentado anteriormente en el contexto del análisis de redes. Todo lo anterior fue aplicado por primera vez al caso colombiano en un periodo de estudio extenso. En esta línea, se sugiere que futuras investigaciones analicen la causalidad entre eventos y los cambios coyunturales encontrados en la estructura económica colombiana, la exploración de otros periodos de estudio y otras metodologías para detectar cambios estructurales en redes. Así mismo, es importante explorar otro tipo de técnicas para detectar comportamiento anómalos en redes que podrían ser útiles para detectar cambios estructurales en las redes implícitas de las MIP.

## **AGRADECIMIENTOS Y CONTRIBUCIONES**

Agradecemos a los evaluadores por sus observaciones y sugerencias, las cuales contribuyeron a mejorar nuestro trabajo. Así mismo, agradecemos a la Universidad Icesi y al Cienfi por la financiación interna y el tiempo asignado para llevar a cabo esta investigación. En esta investigación solo se emplearon datos secundarios, por lo que no se requirió la aprobación de un comité de ética. No se presentó interacción directa con sujetos humanos ni se recopilieron datos identificables. Por otro lado, declaramos que no existe ningún conflicto de interés en relación con esta investigación. Los resultados presentados son imparciales y no están influenciados por intereses financieros o personales. Julio César Alonso participó en las siguientes actividades: supervisión, conceptualización, metodología, validación, redacción del borrador inicial, revisión y edición. María Paula Ocampo participó en las siguientes actividades: conceptualización, metodología, recopilación de datos, análisis formal, redacción del borrador inicial, visualización, revisión y edición.

## REFERENCIAS

1. Acemoglu, D., Carvalho, V., Ozdaglar, A., & Tahbaz-Salehi, A. (2012). The Network Origins of Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 80(5), 1977–2016. <https://doi.org/10.3982/ECTA9623>
2. Alonso, J., & Carabali, J. A. (2019). Breve tutorial para visualizar y calcular métricas de redes (grafos) en R (para Economistas). Universidad Icesi.
3. Araújo, T., & Faustino, R. (2017). The topology of inter-industry relations from the Portuguese national accounts. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 479, 236-248. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.03.018>
4. Aroche-Reyes, F. (2003). A qualitative input-output method to find basic economic structures. *Papers in Regional Science*, 82, 581-590. <https://doi.org/10.1007/S10110-003-0149-Z>.
5. Barro, R. J., & Sala-i-Martin, X. (1992). Convergence. *Journal of Political Economy*, 100(2), 223-251. <https://doi.org/10.1086/261816>
6. Batool, F., & Hennig, C. (2021). Clustering with the average silhouette width. *Computational Statistics & Data Analysis*, 158, 107190. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2021.107190>
7. Battiston, S., Rodrigues, J., & Zeytinoglu, H. (2005). The network of inter-regional direct investment stocks across Europe. *Advances in Complex Systems*, 10, 29-51. <https://doi.org/10.1142/S0219525907000933>
8. Baumol, W. (2000a). What Marshall didn't know: On the twentieth century's contributions to economics. *The Quarterly Journal of Economics*, 115(Issue 1), 1-44, <https://doi.org/10.1162/003355300554656>
9. Baumol, W. (2000b). Leontief's great leap forward: Beyond Quesnay, Marx and von Bortkiewicz. *Economic Systems Research*, 12(2), 141-152. <https://doi.org/10.1080/09535310050005662>
10. Beaton, M. K., Cebotari, A., Ding, X., & Komaromi, A. (2017). Trade integration in Latin America: A network perspective. IMF Working Papers. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3014078>
11. Beygelzimer A, Kakadet S, Langford J, Arya S, Mount D, & Li S (2024). \_FNN: Fast Nearest Neighbor Search Algorithms and Applications. R package version 1.1.4, <https://CRAN.R-project.org/package=FNN>.
12. Blanco, G. (2017). Índice de complejidad económica para los departamentos de Colombia, evolución 2012-2015. *Working paper*. Facultad de Ciencias Económicas, Universidad Nacional de Colombia. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/63203/1015428688.2017.pdf?sequence=1>
13. Brandes, U., Delling, D., Gaertler, M., Gorke, R., Hofer, M., Nikoloski, Z., & Wagner, D. (2008). On modularity clustering. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 20(2), 172-188. <https://doi.org/10.1109/TKDE.2007.190689>
14. Charrad, M., Ghazzali, N, Boiteau, V., & Niknafs A. (2014). NbClust: An R Package for determining the relevant number of clusters in a data set. *Journal of Statistical Software*, 61(6), 1-36. URL <http://www.jstatsoft.org/v61/i06/>
15. Clemente, G., & Cornaro, A. (2019). A novel measure of edge and vertex centrality for assessing robustness in complex networks. *Soft Computing*, 24, 13687-13704. <https://doi.org/10.1007/s00500-019-04470-w>

16. Contreras, M. G. A., & Fagiolo, G. (2014). Propagation of economic shocks in input-output networks: A cross-country analysis. *Physical Review E*, 90(6), 062812. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.90.062812>
17. Csardi, G., & Nepusz, T. (2006). The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*, 1695. <https://igraph.org>
18. DANE (2013). Metodología de la matriz insumo-producto (MIP). [https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/pib/especiales/metodologia\\_matriz\\_insumo\\_producto\\_07\\_13.pdf](https://www.dane.gov.co/files/investigaciones/pib/especiales/metodologia_matriz_insumo_producto_07_13.pdf)
19. DANE (2020). *Revisión 4 adaptada para Colombia CIIU Rev. 4 A.C. (2020)*. [https://www.dane.gov.co/files/sen/nomenclatura/ciiu/CIIU\\_Rev\\_4\\_AC2020.pdf](https://www.dane.gov.co/files/sen/nomenclatura/ciiu/CIIU_Rev_4_AC2020.pdf)
20. DePaolis, F., Murphy, P., & De Paolis M. C. (2022). Identifying key sectors in the regional economy: A network analysis approach using input-output data. *Research Square*. <https://doi.org/10.21203/rs.3.rs-1666449/v1>
21. Ding, J., & Lu, Y. (2015). Control backbone: An index for quantifying a node's importance for the network controllability. *Neurocomputing*, 153, 309-318. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2014.11.024>
22. Domínguez, A., Santos-Marquez, F., & Mendez, C. (2021). Sectoral productivity convergence, input-output structure and network communities in Japan. *Structural Change and Economic Dynamics*, 59, 582-599. <https://doi.org/10.1016/j.strueco.2021.10.012>
23. Dotta, V. (2021). *Propagación de shocks económicos a través de redes insumo-producto: una aplicación para los países de América del Sur* [Tesis de maestría]. Universidad de la República (Uruguay). Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. <https://hdl.handle.net/20.500.12008/31136>
24. Drejer, I. (2000). Comparing patterns of industrial interdependence in national systems of innovation - A study of Germany, the United Kingdom, Japan and the United States. *Economic Systems Research*, 12, 377-399. <https://doi.org/10.1080/09535310050120943>
25. Fagiolo, G., Reyes, J., & Schiavo, S. (2008). On the topological properties of the world trade web: A weighted network analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(15), 3868-3873. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.01.050>
26. Galili, T. (2015). Dendextend: An R package for visualizing, adjusting, and comparing trees of hierarchical clustering. *Bioinformatics*. <https://doi.org/10.1093/bioinformatics/btv428>
27. García, A. (2013). Modelling linkages versus leakages networks: The case of Spain. *Regional and Sectoral Economic Studies*, 13, 43-54. [https://pubs.acs.org/doi/suppl/10.1021/acs.est.5b05094/suppl\\_file/es5b05094\\_si\\_001.pdf](https://pubs.acs.org/doi/suppl/10.1021/acs.est.5b05094/suppl_file/es5b05094_si_001.pdf)
28. García, A., Morillas, A., & Ramos, C. (2008). Key sectors: A new proposal from network theory. *Regional Studies*, 42(7), 1013-1030. <https://doi.org/10.1080/00343400701654152>
29. Giuliani, E. (2013). Network dynamics in regional clusters: Evidence from Chile. *Research Policy*, 42, 1406-1419. <https://doi.org/10.1016/j.respol.2013.04.002>
30. Graham, B., & De Paula, A. (2020). The econometric analysis of network data. *Academic Press*. <https://doi.org/10.1920/wp.cem.2020.420>
31. Granovetter, M. (1978). Threshold models of collective behavior. *American Journal of Sociology*, 83(6), 1420-1443. <https://doi.org/10.1086/226707>



32. Ghosh, S., & Roy, J. (1998). Qualitative input–output analysis of the indian economic structure. *Economic Systems Research*, 10(3), 263-274. <https://doi.org/10.1080/762947111>
33. Guo, J., & Planting, M. A. (2000). Using input-output analysis to measure US economic structural change over a 24 year period. *BEA Papers 0004*, Bureau of Economic Analysis. <https://www.bea.gov/system/files/papers/WP2000-1.pdf>
34. Hausmann, R., & Hidalgo, C. A. (2011). The network structure of economic output. *Journal of Economic Growth*, 16, 309-342. <https://doi.org/10.1007/s10887-011-9071-4>
35. Hewings, G. J. D. (1982). The empirical identification of key sectors in an economy: A regional perspective. *The Developing Economies*, 20(2), 173-195. <https://doi.org/10.1111/j.1746-1049.1982.tb00444.x>
36. Hidalgo, C. A., & Hausmann, R. (2010). Inferring macroeconomic complexity from country-product network data. *AAAI Spring Symposium: Artificial Intelligence for Development*. <https://cdn.aaai.org/ocs/1183/1183-5889-1-PB.pdf>
37. Hidalgo, C. A., Klinger, B., Barabási, A. L., & Hausmann, R. (2007). The product space conditions the development of nations. *Science*, 317(5837), 482-487. <https://doi.org/10.1126/science.1144581>
38. Hirschman, A. O. (1958). *The Strategy of Economic Development*. Yale University Press.
39. Holub, H., & Schnabl, H. (1985). Qualitative input-output analysis and structural information. *Economic Modelling*, 2, 67-73. [https://doi.org/10.1016/0264-9993\(85\)90010-0](https://doi.org/10.1016/0264-9993(85)90010-0)
40. Iori, G., Masi, G., Precup, O., Gabbi, G., & Caldarelli, G. (2008). A network analysis of the Italian overnight money market. *Journal of Economic Dynamics and Control*. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2007.01.032>
41. Jankowska, A., Nagengast, A., & Perea, J. (2012). *The product space and the middle-income trap: Comparing Asian and Latin American experiences*. OECD Development Centre Working Papers, (311), OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/5k9909j2587g-en>
42. Jorgenson, D. W. (2016). Econometric general equilibrium modeling. *Journal of Policy Modeling*, 38(3), 436-447. <https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2016.02.004>
43. König, M., Battiston, S., Napoletano, M., & Schweitzer, F. (2008). On algebraic graph theory and the dynamics of innovation networks. *Networks and Heterogeneous Media*. <https://doi.org/10.3934/NHM.2008.3.201>
44. Laumas, P. S. (1975). Key sectors in some underdeveloped countries. *Kyklos*, 28(1). <https://doi.org/10.1111/j.1467-6435.1975.tb01934.x>
45. An, W., & Liu, Y. (2023). *\_Keyplayer: Locating key players in social networks*. R package version 1.0.4. <https://CRAN.R-project.org/package=keyplayer>
46. Lora, E. (2021). Forecasting formal employment in cities. *Revista de Economía del Rosario*, 24(1), 1-38. <https://doi.org/10.12804/revistas.urosario.edu.co/economia/a.10029>
47. Lora, E., & Prada, S. I. (2023). *Técnicas de medición económica: metodología y aplicaciones en Colombia* (6.ª ed.). Editorial Universidad Icesi. <https://doi.org/10.18046/EUI/tme.6>

48. Lorenz, J., Battiston, S., & Schweitzer, F. (2009). Systemic risk in a unifying framework for cascading processes on networks. *The European Physical Journal B*, 71, 441-460. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2009-00347-4>
49. Maechler, M., Rousseeuw, P., Struyf, A., Hubert, M., Hornik, K. (2022). Cluster Analysis Basics and Extensions. R package version 2.1.5. <https://CRAN.R-project.org/package=cluster>
50. McNerney, J., Fath, B. D., & Silverberg, G. (2013). Network structure of inter-industry flows. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 392(24), 6427-6441. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2013.07.063>
51. Miller, R. E., & Blair, P. D. (2009). *Input-output analysis: Foundations and extensions* (2<sup>nd</sup> ed.). Cambridge University Press.
52. Montresor, S., & Marzetti, G. V. (2009). Applying social network analysis to input–output based innovation matrices: An illustrative application to six OECD technological systems for the middle 1990s. *Economic Systems Research*, 21(2), 129-149. <https://doi.org/10.1080/09535310902940228>
53. Myers, C. A., & Shultz, G. P. (1951). *The Dynamics of a Labor Market: A Study of the Impact of Employment Changes on Labor Mobility, Job Satisfaction, and Company and Union Policies*. Prentice-Hall.
54. Newman, M. E. J., & Girvan, M. (2002). Mixing patterns and community structure in networks. *arXiv: Statistical Mechanics of Complex Networks* (pp. 66-87). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-44943-0\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-540-44943-0_5)
55. Newman, M. E. J., & Girvan, M. (2004). Finding and evaluating community structure in networks. *Physics Review E*, 69, 026113. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.69.026113>
56. Niño, J. O. P. (2020). Detección de comunidades en redes: algoritmos y aplicaciones. <https://arxiv.org/pdf/2009.08390>.
57. O'Clery, N., Curiel, R. P., & Lora, E. (2019). Commuting times and the mobilisation of skills in emergent cities. *Applied Network Science*, 4(1), 1-27. <https://doi.org/10.1007/s41109-019-0235-z>
58. Pons, P., & Latapy, M. (2005). Computing communities in large networks using random walks. *Computer and Information Sciences ISCIS 2005*. Springer. [https://doi.org/10.1007/11569596\\_31](https://doi.org/10.1007/11569596_31)
59. Rasmussen, P. N. (1956). *Studies in Inter-Sectoral Relations*. E. Harck.
60. Reichardt, J., & Bornholdt, S. (2006). Statistical mechanics of community detection. *Physical Review E*, 74(1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.74.016110>
61. R Core Team (2023). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. <https://www.R-project.org/>.
62. Rosenberg, A., & Hirschberg, J. (2007). V-measure: A conditional entropy-based external cluster evaluation measure. *Proceedings of the 2007 Joint Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing and Computational Natural Language Learning (EMNLP-CoNLL)* (pp. 410-420). Association for Computational Linguistics. <https://aclanthology.org/D07-1043>
63. Santos, J. M., & Embrechts, M. (2009). On the use of the adjusted rand index as a metric for evaluating supervised classification. *Artificial Neural Networks–ICANN 2009: 19th International Conference, Limassol, Cyprus, September 14-17, 2009, Proceedings, Part II 19* (pp. 175-184). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-04277-5\\_18](https://doi.org/10.1007/978-3-642-04277-5_18)

64. Schnabl, H. (1994). The evolution of production structures, analyzed by a multi-layer procedure. *Economic Systems Research*, 6, 51-68. <https://doi.org/10.1080/09535319400000004>
65. Schultz, S. (1977). Approaches to identifying key sectors empirically by means of input-output analysis. *The Journal of Development Studies*, 14(1), 77-96. <https://doi.org/10.1080/00220387708421663>
66. Slater, P. (1977). The determination of groups of functionally integrated industries in the United States using a 1967 interindustry flow table. *Empirical Economics*, 2, 1-9. <https://doi.org/10.1007/BF01764717>
67. Slater, P. (1978). The network structure of the United States input-output table. *Empirical Economics*, 3, 49-70. <https://doi.org/10.1007/BF01764564>
68. Sonis M., & Hewings, G. J. (1998). Economic complexity as network complication: Multiregional input-output structural path analysis. *The Annals of Regional Science*, 32, 407-436. <https://doi.org/10.1007/S001680050081>.
69. Sun, X., An, H., & Liu, X. (2018). Network analysis of Chinese provincial economies. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 492, 1168-1180. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.11.045>
70. Tsekeris, T. (2017). Network analysis of inter-sectoral relationships and key sectors in the Greek economy. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, 12, 413-435. <https://doi.org/10.1007/s11403-015-0171-7>
71. Wasserman, S., & Faust, K. (1994). *Social network analysis: Methods and applications*. Cambridge University Press.
72. Wickham, H., Averick, M., Bryan, J., Chang, W., McGowan, L. D., François, R., ... Yutani, H. (2019). Welcome to the tidyverse. *Journal of Open Source Software*, 4(43), 1686. <https://doi.org/10.21105/joss.01686>.
73. Xing, L., Guan, J., & Wu, S. (2018). Measuring the impact of final demand on global production system based on Markov process. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 502, 148-163. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2018.02.129>
74. Xu, M., & Liang, S. (2019). Input-output networks offer new insights of economic structure. *Physica A-statistical Mechanics and Its Applications*, 527, 121178. <https://doi.org/10.1016/j.PHYSA.2019.121178>
75. Zhou, M., Wu, G., & Xu, H. (2016). Structure and formation of top networks in international trade, 2001-2010. *Social Networks*, 44, 9-21. <https://doi.org/10.1016/j.socnet.2015.07.006>

## Anexos

### Anexo 1.

*Código y nombre de las actividades según CIIU Rev. 4 A.C. empleadas en la construcción de la MIP y el análisis de redes*

Código CIIU Rev. 4 A.C.	Nombre de la rama de actividad económica
A0101-01	Agricultura y actividades de servicios conexas
A0101-02	Cultivo permanente de café
A0102	Ganadería, caza y actividades de servicios conexas
A02	Silvicultura y extracción de madera
A03	Pesca y acuicultura
017	Extracción de carbón de piedra y lignito
018 + 021	Extracción de petróleo crudo y gas natural, y actividades de apoyo para la extracción de petróleo y de gas natural
019	Extracción de minerales metalíferos
020	Extracción de otras minas y canteras
022	Actividades de apoyo para otras actividades de explotación de minas y canteras
023 + 024 + 025	Procesamiento y conservación de carne y productos cárnicos de bovinos, bufalinos, porcinos y otras carnes n.c.p.; procesamiento y conservación de carne y productos cárnicos de aves de corral, y procesamiento y conservación de pescados, crustáceos y moluscos
026	Elaboración de aceites y grasas de origen vegetal y animal
027	Elaboración de productos lácteos
028 + 032 + 035	<b>Elaboración de productos de molinería, almidones y productos derivados del almidón; elaboración de productos de panadería; elaboración de macarrones, fideos, alucuzcuz, y productos farináceos similares y elaboración de alimentos preparados para animales</b>
029	Elaboración de productos de café
030 + 031	Elaboración de azúcar y elaboración de panela
033	Elaboración de cacao, chocolate y productos de confitería
034	Procesamiento y conservación de frutas, legumbres, hortalizas y tubérculos; elaboración de otros productos alimenticios (platos preparados y conservados mediante enlatado o congelado, elaboración de sopas y caldos en estado sólidos, polvo o instantáneas entre otros)
036	Elaboración de bebidas (incluido el hielo) y elaboración de productos de tabaco
037 + 038	Preparación, hilatura, tejeduría y acabado de productos textiles; fabricación de otros productos textiles, Confección de prendas de vestir
039	Curtido y recurtido de cueros; fabricación de calzado; fabricación de artículos de viaje, maletas, bolsos de mano y artículos similares, y fabricación de artículos de talabartería y guarnicionería; adobo y teñido de pieles
040	Transformación de la madera y fabricación de productos de madera y de corcho, excepto muebles; fabricación de artículos de cestería y espartería
041	Fabricación de papel, cartón y productos de papel y de cartón

Continúa

Evolución de la estructura de la economía colombiana a partir de la teoría de redes  
y detección de comunidades para el periodo 2005-2021

042	Actividades de impresión; producción de copias a partir de grabaciones originales (copia a partir de un original en CD, DVD, Bluray)
043 + 044	Coquización, fabricación de productos de la refinación del petróleo y actividades de mezcla de combustibles
045 + 046 + 047	Fabricación de sustancias químicas básicas, abonos y compuestos inorgánicos nitrogenados, plásticos y caucho sintético en formas primarias; fabricación de otros productos químicos; fabricación de fibras sintéticas y artificiales; fabricación de productos farmacéuticos, sustancias químicas medicinales y productos botánicos de uso farmacéutico
048	Fabricación de productos de caucho y de plástico
049	Fabricación de otros productos minerales no metálicos
050 + 051	Fabricación de productos metalúrgicos básicos; fabricación de productos elaborados de metal, excepto maquinaria y equipo
052	Fabricación de aparatos y equipo eléctrico; fabricación de productos informáticos, electrónicos y ópticos
053 + 057	Fabricación de maquinaria y equipo n.c.p.; instalación, mantenimiento y reparación especializado de maquinaria y equipo
054	Fabricación de vehículos automotores, remolques y semirremolques; fabricación de otros tipos de equipo de transporte
055	Fabricación de muebles, colchones y somieres
056	Otras industrias manufactureras
058 + 059 + 060	Generación de energía eléctrica; transmisión de energía eléctrica y distribución y comercialización de energía eléctrica
061	Producción de gas; distribución de combustibles gaseosos por tuberías; suministro de vapor y aire acondicionado
062	Captación, tratamiento y distribución de agua
063+064+066	Evacuación y tratamiento de aguas residuales; recolección, tratamiento y disposición de desechos y actividades de saneamiento ambiental y otros servicios de gestión de desechos
065	Recuperación de materiales (reciclaje)
067	Construcción de edificaciones residenciales y no residenciales
068	Construcción de carreteras y vías de ferrocarril, de proyectos de servicio público y de otras obras de ingeniería civil
069	Actividades especializadas para la construcción de edificaciones y obras de ingeniería civil (alquiler de maquinaria y equipo de construcción con operadores)
070	Comercio al por mayor y en comisión o por contrata; comercio al por menor (incluso el comercio al por menor de combustibles); comercio de vehículos automotores y motocicletas, sus partes, piezas y accesorios
071	Mantenimiento y reparación de vehículos automotores y motocicletas
072 + 074	Transporte terrestre y transporte por tuberías
073	Transporte acuático
075	Transporte aéreo
076	Almacenamiento y actividades complementarias al transporte
077	Actividades de correo y de servicios de mensajería
I	Alojamiento y servicios de comida
J	Información y comunicaciones
K	Actividades financieras y de seguros
089	Actividades inmobiliarias

Continúa

M	Actividades profesionales, científicas y técnicas
N	Actividades de servicios administrativos y de apoyo
O	Administración pública y defensa; planes de seguridad social de afiliación obligatoria
100	Educación de mercado
101	Educación de no mercado
Q	Actividades de atención de la salud humana y de servicios sociales
R + S	Actividades artísticas, de entretenimiento y recreación y otras actividades de servicios
109	Actividades de los hogares individuales en calidad de empleadores

Fuente: Nomenclatura Actividades y Productos (DANE, 2022).

*Anexo 2.*

*Modularidad y número de clústeres para cada uno de los algoritmos de detección de comunidades para los años 2006 a 2014*

	Algoritmo			
	Mod. óptima	Walktrap	Inter. de aristas	Spin Glass
	2006			
<b>Modularidad</b>	0,712	0,342	0,196	0,001
<b>Clústeres</b>	7	7	53	8
	2007			
<b>Modularidad</b>	0,708	0,349	0,184	0,001
<b>Clústeres</b>	7	3	49	9
	2008			
<b>Modularidad</b>	0,707	0,358	0,183	0,001
<b>Clústeres</b>	7	7	54	7
	2009			
<b>Modularidad</b>	0,699	0,351	0,189	0,001
<b>Clústeres</b>	7	7	48	8
	2010			
<b>Modularidad</b>	0,709	0,348	0,198	0,001
<b>Clústeres</b>	7	3	53	9
	2011			
<b>Modularidad</b>	0,706	0,348	0,192	0,000
<b>Clústeres</b>	7	7	50	9
	2012			
<b>Modularidad</b>	0,706	0,343	0,193	0,000
<b>Clústeres</b>	7	7	54	8

Continúa

Evolución de la estructura de la economía colombiana a partir de la teoría de redes  
y detección de comunidades para el periodo 2005-2021

	Algoritmo			
	Mod. óptima	Walktrap	Inter. de aristas	Spin Glass
	2013			
<b>Modularidad</b>	0,704	0,354	0,180	0,001
<b>Clústeres</b>	6	7	60	6
	2014			
<b>Modularidad</b>	0,701	0,344	0,222	0,000
<b>Clústeres</b>	7	3	49	8

Anexo 3.

*Modularidad y número de clústeres para cada uno de los algoritmos  
de detección de comunidades para los años 2015 a 2020*

	Algoritmo			
	Mod. óptima	Walktrap	Inter. de aristas	Spin Glass
	2015			
<b>Modularidad</b>	0,700	0,350	0,190	0,000
<b>Clústeres</b>	7	7	54	7
	2016			
<b>Modularidad</b>	0,700	0,352	0,216	0,000
<b>Clústeres</b>	7	7	48	7
	2017			
<b>Modularidad</b>	0,696	0,353	0,230	0,000
<b>Clústeres</b>	7	7	46	9
	2018			
<b>Modularidad</b>	0,702	0,354	0,233	0,000
<b>Clústeres</b>	6	7	46	7
	2019			
<b>Modularidad</b>	0,703	0,353	0,211	0,000
<b>Clústeres</b>	6	7	49	8
	2020			
<b>Modularidad</b>	0,703	0,349	0,195	0,000
<b>Clústeres</b>	7	3	54	6